## Ln-Funktionen

A1: $f_t(x) = \ln\left(\frac{1}{4}x^2 + t\right) \quad mit\ t > 0$

Gemeinsame Punkte mit Abszisse; Extrema und Wendepunkte; Ortskurve der Wendepunkte;

Für welchen Wert von t, geht die Wendetangente durch den Ursprung;

Für $t_1 = 0{,}5$ und $t_2 = 0{,}5e$ entsteht bei Rotation um die y-Achse ein Drehkörper; dieser wird durch Ebenen senkrecht zur Ordinate geschnitten.

Beschreiben Sie die Formen der dabei entstehenden Schnittflächen und bestimmen Sie deren Inhalt.

A2: $f_t(x) = \frac{1}{x} \cdot (t + \ln x) \quad mit\ t > 0$ Das zugehörige Schaubild ist $K_t$

Schnittpunkte mit x-Achse; Extrema und Wendepunkte; Asymptoten & Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereichs;

Ortskurve der Extrema;

Stammfunktion bestimmen

Die Kurve $K_t$, die x-Achse und die zur y-Achse parallele Gerade durch den Hochpunkt von $K_t$ umschließen eine Fläche => Inhalt?

Inhalt der Funktion im I. Quadranten mit der x-Achse für $\lim\limits_{k \to \infty} \int_{0,1}^{k} f_t(x)\,dx$

Bestimmen der durchschnittlichen Funktionswerte im Bereich ]1 ; 10]

Tangente an der Stelle x = 8 und Schnittstelle mit x-Achse bzw. Schnittstelle mit y = 0,1

## e-Funktionen

A1: $f_k(x) = 4(x-k)e^{-0,5x}$

Extrema; Wendepunkt; Grenzwert an den Rändern des Def.-Bereichs; Schnittstellen mit y = 1; Durchschnittlicher Funktionswert; Tangente in x = 10

A2: $f_k(x) = e^{kx} \quad mit\ k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $C_k$ ist das Schaubild von $f_k$

Kurventangente und Kurvennormale im Schnittpunkt P mit der y-Achse

Welche Beziehung muss für $k_1$ und $k_2$ gelten, damit sich die Schaubilder orthogonal schneiden?

Tangente und Normale von $C_k$ im Punkt P sowie die x-Achse begrenzen ein Dreieck. Flächeninhalt?

Für welchen Wert von k wird die Fläche extremal? Um welche Art von Extremum handelt es sich?

Gerade x = u ($u < -\frac{1}{k} \quad mit\ k > 0$), die x-Achse, das Schaubild $C_k$ und seine Tangente in P begrenzen eine Fläche. Inhalt? Grenzwert $u \to -\infty$?

$g_k(x)$ mit k>0 ist eine ganzrationale Funktion 2. Grades mit
$g_k(0) = f_k(0),\ g_k'(0) = f_k'(0)\ und\ g_k''(0) = f_k''(0)$

Bestimmen von $g_k(x)$ und den Tiefpunkt der Funktion.

Geometrischer Ort aller Tiefpunkte von $g_k(x)$?

A3: 1. und 2. Ableitung und Stammfunktionen bestimmen:

$f_k(x) = e - e^{kx} \quad mit\ k \in \mathbb{R}^+$

$f_k(x) = k - ke^{-x} \quad mit\ k \in \mathbb{R}^+$

$f(x) = 3xe^{-0,5x^2}$

$f(x) = 3xe^{-0,5x}$

$f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$

## Trigonometrische Funktionen

A1: 1. und 2. Ableitung und Stammfunktionen bestimmen:

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) \quad mit\ x \in [0\,;6]$$

$$f_u(x) = u \cdot \cos x - u^2 \quad mit\ x \in [-\pi\,;\pi] \quad und \quad u \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f_u(x) = u \cdot (\cos x)^2 - x^2 \quad mit\ x \in [-\pi\,;\pi] \quad und \quad u \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f_u(x) = \frac{4}{u} \cdot \tan x \quad mit\ x \in [-\pi\,;\pi]\, und\ u > 0$$

A2: $f_u(x) = 1 + u \cdot \sin x \quad mit\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}\,;\frac{3}{2}\pi\right] \quad und \quad u \in \mathbb{R}^+$

Schnittpunkte mit Koordinatenachsen

Extrema- und Wendepunkte

Gegeben: $y = \frac{1}{u \cdot \pi}x^2 - \frac{1}{u}x + 1$ Zeigen: $K_u$ und $C_u$ schneiden sich auf der Geraden y = 1 orthogonal

Kurven $K_u$ und $C_u$ begrenzen eine Fläche mit dem Inhalt A(u). u bestimmen, damit A(u) ein Extremum wird.

Welche Art von Extremum liegt vor?

A3: $f(x) = e^{\sin x} \quad mit\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}\,;\frac{3}{2}\pi\right]$

Nullstellen; Extrema; Wendestellen; Graph der Funktion

## Ganz- & Gebrochen-rationale Funktionen / Kurvenscharen

$f_t(x)=\frac{2x+t}{x^2} \quad mit\ t\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ Das zugehörige Schaubild ist $K_t$

Definitionsbereich; Schnittpunkte mit Koordinatenachsen; Extrema und Wendepunkte; Asymptoten; Polstellen/Unstetigkeitsstellen; Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereichs;

Zeigen: Abszissenwert des Extremums von $K_t$ ist arithmetisches Mittel der Abszissenwerte von Schnittpunkt mit x-Achse und des Wendepunktes;

Zeigen: Zu jedem Punkt P auf $K_t$ gibt es einen Punkt Q auf $K_{-t}$, der bezüglich des Ursprungs punktsymmetrisch ist

Für t<0 schließen $K_t$, die x-Achse und die Gerade mit x = z (z > -0,5t) eine Fläche ein; berechnen des Flächeninhaltes A(z)

Wie gestaltet sich die Fläche für $z\to\infty$?

Sei nun folgende Funktion gegeben:

$$g_{s;t}(x)=\begin{cases} x^2-1 & x<1 \\ \frac{sx+t}{x^2} & x\geq 1 \end{cases} \quad mit\ s;t\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Bestimmen der Werte s und t für g*(x) derart, dass die Funktion stetig und differenzierbar ist

Zeichnen der Funktion

Für $x\geq -1$ ist die Funktion G durch $G(x)=\int_{-1}^{x} g^*(\tau)\,d\tau$ definiert; gesucht ist die Darstellung von G(x) ohne Integralzeichen, d.h. die Integralfunktion