

Extremwertberechnung mit Nebenbedingung(en)

- 1.) $f(x, y) = x^2 - 2xy$ $NB: y = 2x - 6$
- 2.) $f(x, y) = 10x^{0,4}y^{0,6}$ $NB: 8x + 3y = 100$
- 3.) Gegeben ist die Produktionsfunktion $f(x, y) = 10x^{0,7}y^{0,3}$ sowie die konstanten Faktorkosten $k_1 = 12$ GE und $k_2 = 18$ GE.
- Erstellen Sie die Kostenfunktion.
 - Ermitteln Sie die Minimalkostenkombination bei einem Output von 200.
 - Ermitteln Sie den maximalen Output für die Gesamtkosten von 400.
- 4.) Student Rudi Pfiffig hat genau 12 € bei sich. Da er hungrig und durstig ist er bestrebt sein persönliches Wohlbefinden, welches funktional in folgender Weise definiert werden kann $f(B, E) = 2B^{0,5}E^{0,5}$ optimal zu befriedigen. Er kann eine beliebige Kombination zwischen B(ier) und E(rdnüssen) wählen. Die Erdnüsse kosten 1 € (pro Tüte) und das Glas Bier kostet 1,50 €. Wie viele Tüten Erdnüsse und wie viele Gläser Bier kann Pfiffig bei seinem Budget konsumieren, um sein Wohlbefinden maximal zu gestalten?
- 5.) Gegeben ist die Produktionsfunktion: $f(E, A) = 500E + 800A + EA - E^2 - 2A^2$
Der Energiepreis beträgt 100 GE/MWh und der Preis für Arbeit beträgt 50 GE/h.
- Bei welcher Inputkombination wird der höchste Output erzielt?
 - Bei welcher Inputkombination wird der höchste Output erzielt, wenn die Produktionskosten genau 27.500,00 € betragen sollen?
- 6.) Loisl Huber hört sehr gerne klassische Musik mit Bach (b) und Mozart (m). Sein tägliches Lustniveau N hängt von der Hördauer b und m ab.

$$n(b, m) = -10 + 2m + b + 2\sqrt{mb}$$

Für diesen musikalischen Kunstgenuss bleiben ihm genau 5 Stunden.

Wie lange wird Loisl pro Tag Bach und wie lange Mozart hören, damit er sein tägliches Wohlbefinden optimal gestaltet?

7.) Ein Unternehmen produziert ein Gut gemäß folgender Produktionsfunktion:

$$q(A,K) = 100 A^{0,8} K^{0,2}$$

mit A = Arbeits- und K = Kapitalinput.

Pro Arbeitseinheit wird ein Lohn von 20 GE fällig, eine Kapitaleinheit verursacht 10 GE an Zinskosten.

- a) Man ermittle den kostengünstigsten Faktoreinsatz bei einem Produktionsvolumen von 10.000 Mengeneinheiten.
- b) Wie hoch ist der Output bei einem Budget von 6.000 Geldeinheiten?

8.) Gegeben seien die Produktionsfunktion $q(r_1, r_2, r_3) = 10 r_1^{0,2} r_2^{0,3} r_3^{0,5}$ sowie die Faktorpreise $k_1 = 80$ GE, $k_2 = 600$ GE und $k_3 = 100$ GE.

- a) Man ermittle die kostengünstigste Inputkombination bei einem Produktionsniveau von $q = 64$ Mengeneinheiten.
- b) Wie hoch ist der Output bei einem Budget von $K = 4.000$ Geldeinheiten?

9.) Das Weingut Gläser & Guckelsberger setzt zur Düngung seiner Weinstöcke für die bekannte Spätlese „Eulerscher Weingeist“ drei verschiedene Düngemittelsorten ein: Sorte A zum Einkaufspreis von 3 €/kg, Sorte B zu 6 €/kg und Sorte C zu 12 €/kg.

Der jährliche Weinertrag orientiert sich an folgender Produktionsfunktion:

$$E(a,b,c) = 5.000 + 20a + 45b + 40c + ac + 4bc - a^2 - 2b^2 - c^2, \text{ mit } a,b,c \geq 0.$$

Pro Jahr will das Weingut 1.200 DM für alle Düngemittel zusammen ausgeben.

Außerdem dürfen wegen schädlicher chemischer Reaktionen die Sorten A und B nur im Mengenverhältnis 2 : 1 eingesetzt werden.

- a) Bei welchem Düngemittelsatz erzielen Gläser & Guckelsberger unter Beachtung der Restriktionen den maximalen Ernteertrag?
- b) Gibt es ein Maximum ohne Berücksichtigung der Restriktionen? Wie groß wäre der maximale Ertrag?

10.) Der Student Zwerg-Nase muss unbedingt seinen Kenntnisstand in Mathematik verbessern. Sein Wissensstand W (gemessen in Wissensseinheiten WE) ist durch eine Funktion vorgegeben mit den Faktoren t (= Anzahl der bis zur Prüfung aufgewendeten Lerntage zu je 8 Lernstunden) und m (= Menge der Wunderdroge Placebonia, die übrigens nicht auf der Klausur-Dopingliste steht):

$$W(m,t) = 160 + 6m + 9t - 0,25m^2 - 0,20t^2, \text{ mit } m,t \geq 0.$$

Jeder Lerntag verursacht Zwerg-Nase 80 DM an kalkulatorischen Kosten, denn soviel könnte er als Türsteher bei der berühmten Diskothek

„Rasch & Ruh - Morgens geschlossen, mittags zu“

verdienen, die Wunderdroge kostet 120 €/Gramm.

- a) Wie lange sollte Zwerg-Nase lernen und wieviel vom Dopingmittel konsumieren, damit sein Wissensstand in Mathematik maximal ist? Dabei ist davon auszugehen, dass bei ihm noch nicht Hopfen und Malz verloren ist!
- b) Wie soll Zwerg-Nase Lernzeit und Wunderdroge kombinieren, wenn er insgesamt 2.680 € investieren möchte.