

- 1.) Gegeben sind folgende Matrizen einer Produktionsserie:

$$M_{RZ} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad M_{ZE} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die Matrix  $M_{RE}$ .

Wir erhalten einen Auftrag an Endprodukten von  $e = (20, 10)$

- b) Wie viele Rohstoffe und wie viele Zwischenprodukte benötigen wir zur Erfüllung des Auftrages?

Wir haben eine Rohstoffvorrat von  $(620, 660, 920)$

- c) Wie viele Endprodukte können wir herstellen, wenn danach das Lager vollkommen leer ist?

- 2.) Die Unternehmung Armes Brot AG verarbeitet die Materialien  $M_1$ ,  $M_2$  und  $M_3$  zu den Zwischenprodukten  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  und diese Zwischenprodukte zu den Endprodukten  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$ . Die folgenden Matrizen stellen die Materialverflechtungen dar:

$$M_{MZ} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad M_{ZE} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Wie viele Materialien werden pro Endprodukt gebraucht?
- b) Die Firma erhält einen Auftrag vom Umfang  $(10 \ 25 \ 20)$ .  
Der Vorrat an **Zwischenprodukten** beträgt  $(200 \ 100 \ 85)$ .  
**Prüfen Sie, ob der vorhandene Bestand genügt bzw. ob nachbestellt** werden muss.
- c) Der Vorrat an **Zwischenprodukten** beträgt nun  $(130 \ 70 \ 60)$ .  
Unser Chef Rudi Nutzlos will nun wissen, wie viele Endprodukte wir herstellen können, wenn wir unser Zwischenproduktlager komplett leeren würden.
- d) Die Unternehmung hatte Endprodukte im Mengenverhältnis  $3 : 2 : 1$  gefertigt und dabei 1.350 ME von  $M_3$  verarbeitet.  
Wie viele ME der anderen beiden Materialien wurden benötigt?

Weitere Übungen:

Aufgabe 3:

Ein Bäckereiunternehmen verbraucht im Jahr bestimmte Mengen an Weizenmehl (W), Roggenmehl (R), Weizenschrot (WS), Sesam (S) und Sonnenblumenkernen (SK) zu Preisen von 250 €/ME für W, 300 €/ME für R, 280 €/ME für WS, 450 €/ME für S und 800 €/ME für SK in seinen drei Filialen A, B und C. Die Verbrauchszahlen (in ME) in den Filialen sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

	A	B	C
W	2	2,5	3
R	1,8	2	2,8
WS	0,8	2	2,5
S	0,1	0,2	0,2
SK	0,2	0,3	0,4

Bestimmen Sie die Rohstoffkosten in den drei Filialen.

Aufgabe 4:

Ein landwirtschaftlicher Betrieb baut Mais (M), Zuckerrüben (Z), Kartoffeln (K) und Weizen (W) an. Zur Bearbeitung der Felder werden drei Maschinen A, B und C eingesetzt. Die Betriebsstunden der drei Maschinen pro ha Anbaufläche sind in der folgenden Tabelle aufgeführt. Die Kosten für eine Maschinenstunde betragen 60 € bei Maschine A, 25 € bei Maschine B und 18 € bei Maschine C.

	A	B	C
M	3	5	10
Z	2	2	8
K	6	0	12
W	4	4	15

- Bestimmen Sie die Maschinenkosten pro ha für die vier Anbauarten.
- Im laufenden Jahr werden 15 ha Mais, 8 ha Zuckerrüben, 12 ha Kartoffeln und 6 ha Weizen angebaut. Wie lange werden die einzelnen Maschinen eingesetzt?
- Welche Maschinenkosten entstehen bei der Lösung aus b)?

Aufgabe 5:

In einer Möbelfabrik werden Stühle, Tische und Schränke auf drei Maschinen A, B und C hergestellt. Die Maschinenzeiten zur Herstellung einer Produkteinheit sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

	A	B	C
Stuhl	5	3	4
Tisch	15	18	20
Schrank	30	45	50

- Welche Maschinenzeiten werden in der Möbelfabrik zur Herstellung von 200 Stühlen, 50 Tischen und 30 Schränken benötigt?
- Die Kosten pro Zeiteinheit und Maschine belaufen sich auf 20 GE für Maschine A, 22 GE für Maschine B und 28 GE für Maschine C. Welche Kosten verursacht die Produktion aus a)?
- Welche Kosten verursacht jeweils eine Einheit der drei Möbelstücke?

Aufgabe 6:

In einer pharmazeutischen Fabrik werden in einem ersten Produktionsvorgang aus den Rohstoffen  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  die Zwischenprodukte  $ZP_1$ ,  $ZP_2$  und  $ZP_3$  hergestellt. Aus den Zwischenprodukten werden anschließend in einem zweiten Produktionsvorgang die Endprodukte  $EP_1$  und  $EP_2$  erstellt. Der Bedarf an Rohstoffen und Zwischenprodukten (in ME) zur Herstellung von jeweils einer ME auf der nachgelagerten Produktionsstufe ergibt sich aus den folgenden beiden Tabellen.

	$ZP_1$	$ZP_2$	$ZP_3$
$R_1$	3	3	2
$R_2$	2	5	1
$R_3$	4	1	5
$R_4$	5	2	2

	$EP_1$	$EP_2$
$ZP_1$	5	2
$ZP_2$	2	3
$ZP_3$	2	7

Welche Rohstoffmengen benötigt die pharmazeutische Fabrik zur Herstellung von 100 ME von  $EP_1$  und 50 ME von  $EP_2$ ?

Aufgabe 7:

Zur Herstellung von vier Zwischenprodukten  $ZP_1$ ,  $ZP_2$ ,  $ZP_3$  und  $ZP_4$  werden in einem Unternehmen drei Rohstoffe  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  benötigt. Aus den Zwischenprodukten werden fünf Endprodukte  $EP_1$ ,  $EP_2$ ,  $EP_3$ ,  $EP_4$  und  $EP_5$  hergestellt. Der Bedarf an Rohstoffen und Zwischenprodukten (in ME) zur Herstellung von jeweils einer ME auf der nachgelagerten Produktionsstufe kann den folgenden beiden Tabellen entnommen werden.

	$ZP_1$	$ZP_2$	$ZP_3$	$ZP_4$
$R_1$	1	2	1	2
$R_2$	2	1	0	3
$R_3$	1	1	2	0

	$EP_1$	$EP_2$	$EP_3$	$EP_4$	$EP_5$
$ZP_1$	1	0	2	1	2
$ZP_2$	2	1	2	1	0
$ZP_3$	3	1	1	2	1
$ZP_4$	0	2	1	0	3

- Bestimmen Sie den Rohstoffbedarf für die fünf Endprodukte in Matrizenform.
- Welche Rohstoffmengen benötigt man zur Herstellung von 5 ME von  $EP_1$ , 10 ME von  $EP_2$ , 20 ME von  $EP_3$ , 15 ME von  $EP_4$  und 30 ME von  $EP_5$ ?
- Welche Rohstoffkosten ergeben sich bei der Lösung aus b), wenn die Rohstoffkosten 8 GE pro ME von  $R_1$ , 12 GE pro ME von  $R_2$  und 5 GE pro ME von  $R_3$  betragen?

Aufgabe 8:

Ein Unternehmen der Spielwarenindustrie stellt zwei Produkte  $P_1$  und  $P_2$  aus fünf Rohstoffen  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  und  $R_5$  gemäß folgender Verbrauchstabelle her.

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$
$P_1$	2	2	4	1	2
$P_2$	4	3	2	4	3

Die Rohstoffkosten des Unternehmens betragen 3 GE pro ME von  $R_1$ , 4 GE pro ME von  $R_2$ , 2 GE pro ME von  $R_3$ , 3 GE pro ME von  $R_4$  und 5 GE pro ME von  $R_5$ . Die Fertigungskosten betragen 25 GE pro ME für die Produktion von  $P_1$  und 35 GE pro ME für die Produktion von  $P_2$ . Die Verkaufsmengen der beiden Produkte in den vier Filialen  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  und  $F_4$  des Spielwarenherstellers können der folgenden Tabelle entnommen werden.

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
$P_1$	18	25	23	16
$P_2$	22	17	19	24

Die Verkaufspreise der beiden Produkte belaufen sich auf 120 GE pro ME von  $P_1$  und 160 GE pro ME von  $P_2$ . Bestimmen Sie den Gewinn des Spielwarenherstellers getrennt nach Filialen.

Aufgabe 9:

Auf einem Markt konkurrieren drei Produkte A, B und C. Auf Grund langjähriger Erhebungen von Marktforschungsinstituten lässt sich ein Wechselverhalten der Konsumenten von einer Woche zur nächsten Woche prognostizieren, welches aus der folgenden Tabelle ersichtlich wird.

	Von Produkt A	Von Produkt B	Von Produkt C
Zu Produkt A	0,7	0,3	0,1
Zu Produkt B	0,1	0,6	0,1
Zu Produkt C	0,2	0,1	0,8

Bestimmen Sie ausgehend von Marktanteilen in Höhe von 30 % für Produkt A, 45 % für Produkt B und 25 % für Produkt C die Marktanteile in den folgenden drei Wochen.

Aufgabe 10:

Bei politischen Wahlen kandidieren in einem Wahlkreis traditionell nur drei Parteien A, B und C. Auf Grund langjähriger Untersuchungen von Meinungsforschungsinstituten können die Wählerströme zwischen den Parteien A, B und C bei zukünftigen Wahlen durch folgende Tabelle dargestellt werden.

	Von Partei A	Von Partei B	Von Partei C
Zu Partei A	0,8	0,2	0,2
Zu Partei B	0,1	0,7	0,3
Zu Partei C	0,1	0,1	0,5

Bei der bislang letzten stattgefundenen Wahl entfielen 40 % der Stimmen auf Partei A, 50 % auf Partei B und 10 % auf Partei C. Wie lauten die nächsten drei Wahlergebnisse?

11.)

Ein Betrieb stellt in einem zweistufigen Produktionsprozess aus den vier Rohstoffen  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  drei Zwischenprodukte  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  und daraus die Endprodukte  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  her. Der Materialfluss ist folgenden Tabellen zu entnehmen, wobei  $t \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$  ein technologieabhängiger Parameter ist.

Rohstoff	ME der Rohstoffe je Zwischenprodukt		
	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$
$R_1$	6	8	2
$R_2$	2	0	$t + 2$
$R_3$	0	4	1
$R_4$	4	6	0

Rohstoff	ME der Rohstoffe je Endprodukt		
	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$Z_1$	6	2	2
$Z_2$	2	4	4
$Z_3$	$t + 6$	2	6

- a) Wie groß muss für  $t = 0$  der Vorrat an den einzelnen Rohstoffen sein, damit von den Endprodukten  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  je 1000 ME hergestellt werden können?
- b) Das Lager hat momentan einen Rohstoffvorrat von 18.800 ME  $R_1$ , 4.800 ME  $R_2$ , 6.100 ME  $R_3$  und 0 ME  $R_4$ .  
Wie viele Mengeneinheiten des Rohstoffes  $R_4$  müssen noch gekauft werden, damit für  $t = 0$  der Lagerbestand vollständig verarbeitet werden kann?  
Wie viele Mengeneinheiten können dann von jedem Endprodukt hergestellt werden?
- c) Wie hoch ist der Rohstoffbedarf bei der Produktion von je 1 ME der Endprodukte?  
Nachstehende Tabelle zeigt die Rohstoffkosten je ME der Rohstoffe  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$ .

Rohstoffkosten in EUR/ME			
$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
2	1	2	1

Für welche Werte von  $t$  betragen die Rohstoffkosten bei der Produktion von je 1 ME der Endprodukte weniger als 700,00 €?

- d) Der Betrieb hat die Endprodukte im Stückzahlenverhältnis  $E_1 : E_2 : E_3 = 3 : 2 : 1$  gefertigt und dabei 122.400 ME von  $R_4$  verarbeitet.  
Wie viele Endprodukte wurden maximal gefertigt?  
Für welchen Wert von  $t$  werden bei dieser Produktion die geringsten Rohstoffmengen verbraucht?  
Wie viele ME der anderen Rohstoffe wurden dabei mindestens benötigt?

12.)

Eine Firma produziert drei Regaltypen M1, M2 und M3. Dabei werden die vier Rohstoffe Metall (R1), Holz (R2), Kunststoff (R3) und Glas (R4) zu Seitenwänden (B1), Regalböden (B2) und Türen (B3) verarbeitet. Aus diesen drei Bauteilen werden zuletzt die verschiedenen Regaltypen gefertigt.

Die Zusammensetzung der drei Regaltypen und der Bedarf an Seitenwänden, Regalböden und Türen zur Herstellung je eines Regaltypen sind durch folgende Tabellen vorgegeben:

	Rohstoffbedarf in kg je Bauteil		
	B1	B2	B3
R1	0,1	0,2	0,2
R2	1	0	0,75
R3	0,2	0,05	0,05
R4	0	0,5	0,25

	Stückzahl der Bauteile je Regaltyp		
	M1	M2	M3
B1	3	2	3
B2	4	5	3
B3	1	0	1

a) Welche Mengen der jeweiligen Rohstoffe sind für je ein Exemplar eines Regaltyps erforderlich?

b)

In Werk II befinden sich noch 430 Seitenwände, 720 Regalböden und 90 Türen auf Lager.

Wie viele der einzelnen Regaltypen M1, M2 und M3 lassen sich daraus herstellen? (Lösung mit dem Gauß-Algorithmus)

c)

In Zukunft sollen Seitenwände, Regalböden und Türen im Verhältnis  $B1 : B2 : B3 = 4 : 6 : 1$  von Werk I geliefert werden. Dort befinden sich noch 650 kg Glas auf Lager.

Wie viele Seitenwände, Regalböden und Türen lassen sich daraus herstellen?

Wie viel kg Metall, Holz und Kunststoff benötigt man dazu noch?