Normalverteilung – Variationen: **Mittagstemperaturen**

Ein Statistiker hat für den Juli eine Urlaubsreise nach Rom geplant. Es ist bekannt, dass die Mittagstemperatur X im Juli in Rom sich gut durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 25°C$ und $\sigma = 3{,}2°C$ beschreiben lässt.

a) (1) Der Statistiker friert, wenn die Mittagstemperatur unter $20{,}4°C$ sinkt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies im diesjährigen Sommerurlaub der Fall?

(2) Die Frau des Statistikers meint, dass es ihr zu warm wird, wenn die Mittagstemperatur größer als $29{,}6°C$ ist und dass die Wahrscheinlichkeit dafür ebenso groß sei wie die in (1) errechnete Wahrscheinlichkeit. Ist hierauf eine Antwort ohne GTR-Einsatz möglich?

(1)
$$P(X \le 20{,}4) = \Phi_{\mu;\sigma}(-1{,}44) = 1-\Phi_{\mu;\sigma}(1{,}44) = 1-0{,}9251 = 0{,}0749$$
$$und \quad z = \frac{20{,}4-25}{3{,}2} = -\frac{4{,}6}{3{,}2} = -1{,}44$$

(2) Die Abweichung zwischen 29,6 und 25 beträgt genau 4,6 => Aufgrund der Symmetrie liegt hier die gleiche Wahrscheinlichkeit vor: $P(X \ge 29{,}6) = 0{,}0749 \quad und \quad z = \frac{29{,}6-25}{3{,}2} = \frac{4{,}6}{3{,}2} = 1{,}44$

b) (1) Welche Mittagstemperatur wird von 95 % der Tage im Juli in Rom mindestens erreicht?

(2) Wie lautet die Obergrenze b, so dass $P(23°C \le X \le b) = 0{,}50$ gilt?

Für die Mindestmittagstemperatur gilt: $P(X \ge k) = 0{,}95$

(1)
$$P(X \ge k) = 0{,}95 \rightarrow 1-P(X<k) = 0{,}95 \rightarrow P(X<k) = 0{,}05$$
$$\rightarrow z = -1{,}65 \rightarrow -1{,}65 = \frac{k-25}{3{,}2} \rightarrow k = 19{,}7$$

(2)
$$P(23 \le X \le b) = 0{,}5 \rightarrow \Phi(z)-\Phi(-0{,}63) = 0{,}5 \quad und \quad z = \frac{23-25}{3{,}2} = -\frac{2}{3{,}2} = -0{,}625$$
$$\rightarrow \Phi(z)-(1-0{,}7357) = 0{,}5 \rightarrow \Phi(z) = 0{,}7643 \rightarrow z = 0{,}72$$
$$\rightarrow 0{,}72 = \frac{b-25}{3{,}2} \rightarrow b = 27{,}304$$

c) Für ein anderes Urlaubsziel gilt für den Juli:
60 % der Mittagstemperaturen überschreiten den Wert $22°C$ nicht. Unter $18°C$ sinkt die Mittagstemperatur nur in 10 % aller Monate. Ausserdem seien die Mittagstemperaturen an diesem Ort ebenfalls normalverteilt. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Mittagstemperatur an diesem Urlaubsort.

$$P(X \le 22) = 0{,}6 \rightarrow \Phi_{\mu;\sigma}(z) = 0{,}6 \rightarrow z = 0{,}25$$
$$und \quad P(X \le 18) = 0{,}1 \rightarrow \Phi_{\mu;\sigma}(z) = 0{,}1 \rightarrow z = -1{,}29$$

$$\left.\begin{array}{l} i)\quad 0{,}25 = \frac{22-\mu}{\sigma} \rightarrow \mu = 22-0{,}25\sigma \\ ii)\quad -1{,}29 = \frac{18-\mu}{\sigma} \rightarrow \mu = 18+1{,}29\sigma \end{array}\right\} \begin{array}{l} 22-0{,}25\sigma = 18+1{,}29\sigma \\ 1{,}53\sigma = 4 \rightarrow \sigma = 2{,}6 \end{array}$$

$$\rightarrow \mu = 22-0{,}25\cdot 2{,}6 \rightarrow \mu = 21{,}35$$