

Thema: Ableitungen; Tangenten & Normalen;  
Ganzrat. Fkt. mit Parameter; Ortskurve

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

**Aufgabe 1: Ableitungen**

12

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive Exponenten resultieren.

$$\text{a) } f_k(x) = \frac{1}{2} k^4 x^n \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^4 - 4x^3}{x^2} \quad \text{c) } f_k(x) = \frac{k^2}{2 \cdot x^n} \quad \text{d) } f_k(x) = \frac{k^2}{\sqrt{x}}$$

**Aufgabe 2: Ortskurven**

4

Eine Funktion besitzt im Punkt  $P\left(\frac{1}{2}k \mid \frac{1}{8}k^2 - \frac{1}{4}k\right)$  ein Minimum.

Berechnen Sie die Ortskurve der Minima.

**Aufgabe 3: Kurvenuntersuchung**

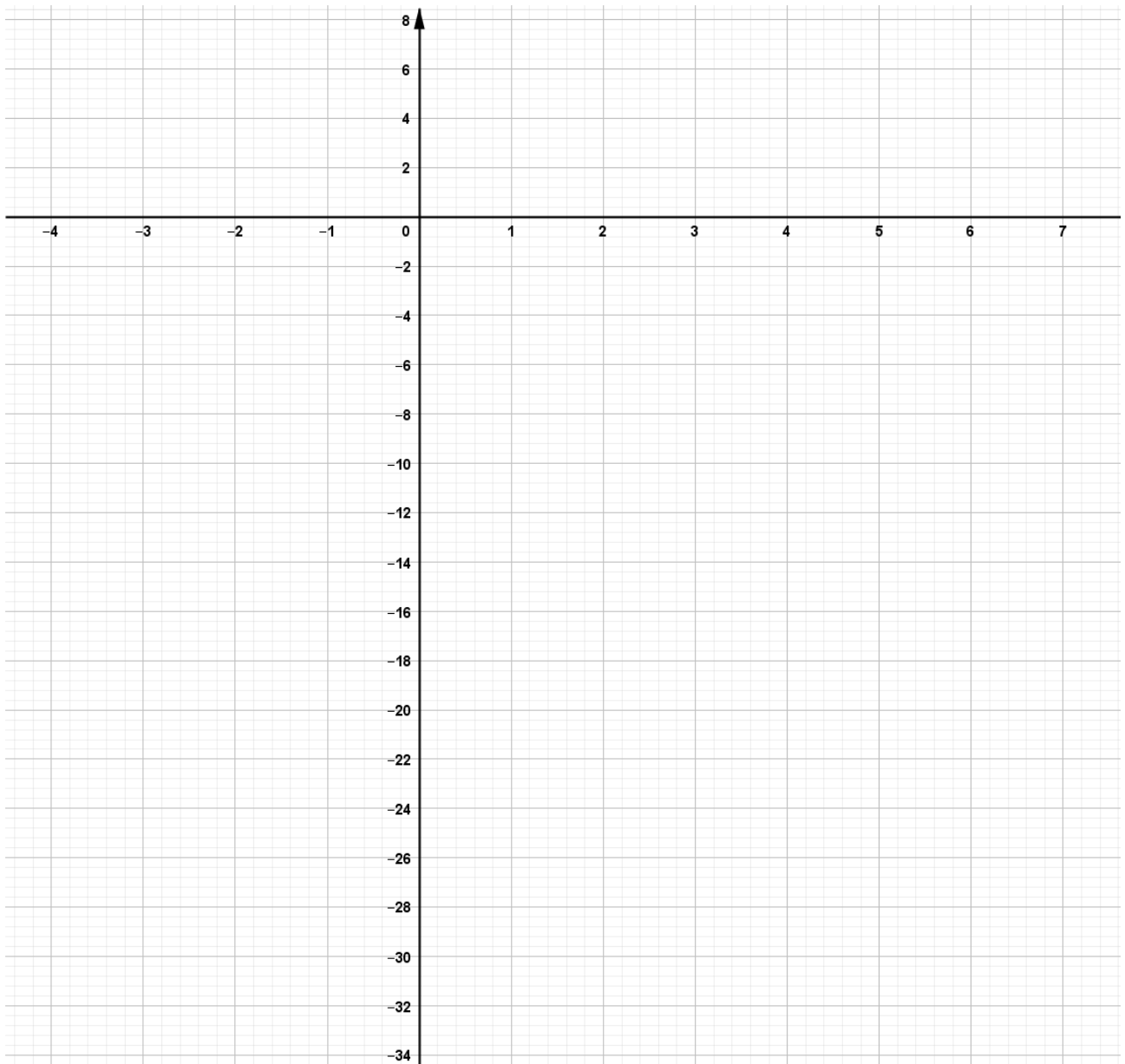
34

Gegeben sei folgende Funktion:  $f_t(x) = x^3 - 3tx^2$  mit  $t > 0$

- Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.
- Zeigen Sie, dass die Funktion immer genau zwei Extrema besitzt und bestimmen Sie diese.
- Bestimmen Sie den Wendepunkt und begründen Sie, weshalb dieser die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt halbiert.  
Wie lang ist die Strecke?
- Für welchen Wert von  $t$  liegt das Minimum an der Stelle  $x = 4$ ?
- Ermitteln Sie den Wert von  $t$  für den gilt:  
Der Graph von  $f$  an der Stelle  $x = 2$  ist parallel zur Ursprungsgeraden  $y = 4x$ ?
- Zeichnen Sie die Funktion für  $t = 1$  und  $t = 2$  in nebenstehendes KO-System.

**Es gelte nun:  $t = 1$**

- Bestimmen Sie die Tangenten- und Normalengleichung in  $P(t \mid -2t^3)$



**Zusatzaufgabe:**

4	
---	--

Erläutern Sie die Begriffe notwendige und hinreichende Bedingung eines lokalen Extremums einer Funktion.