

Thema: Ableitungen (insgesamt);
Exponentialfunktionen (inkl. Parameter)

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Exponentialgleichungen

15

Lösen Sie folgende Exponentialgleichungen:

a) $e^{2x} - 6e^x + 10 = 2$

b) $10e^{4x} - 20 = 0$

c) $e^{2x} - 2 = \frac{15}{e^{2x}}$

Aufgabe 2: Steigungen

7

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{3x}{e^{2x}} \text{ an der Stelle } x = 1.$$

Aufgabe 3: Kurvenuntersuchung (innermathematisch)

25

Untersuchen Sie die Funktion $f_k(x) = \left(k - \frac{1}{2}x\right) \cdot e^x$ mit $k > 0$

- Berechnen Sie Schnittstellen mit den Koordinatenachsen.
- Ermitteln Sie die Grenzwerte für $x \rightarrow \pm \infty$.
- Zeigen Sie, dass die 2. Ableitung folgende Form annehmen kann:

$$f_k''(x) = e^x \cdot \left(-1 + k - \frac{1}{2}x\right)$$

- Wie lauten die Extrema der Scharcurve?
- Bestimmen Sie die Ortskurve der Extrema.

Aufgabe 4: Kurvenuntersuchung (anwendungsbezogen)

8	
---	--

Die erwarteten Besucherzahlen eines Vergnügungsparks entsprechen modellhaft der Funktion

$$f(t) = 100 \cdot t \cdot e^{-0,05t} + 10.000 \quad [t = \text{Anzahl Tage nach Eröffnung}]$$

Formulieren Sie die Fragestellungen (i) bis (iv) als innermathematische Aufgabenstellung.

- (i) Wie viele Besucher sind am Eröffnungstag gekommen?
- (ii) Nach wie vielen Tagen rechnet man mit der höchsten Besucherzahl?
Wie hoch ist diese?
- (iii) Zeigen Sie, dass die 10.000er-Marke laut Modell nie unterschritten werden wird.
- (iv) Wann nimmt die tägliche Besucheranzahl am stärksten ab?

10	
----	--

Aufgabe 5:

Welche Aussagen über die Zahl e sind wahr. a) e ist eine reelle Zahl. b) e ist ein Bruch. c) $e \approx 2,71828$. d) e hat eine Periode.	Wahr ist: a) <input type="checkbox"/> b) <input type="checkbox"/> c) <input type="checkbox"/> d) <input type="checkbox"/>															
Wahr oder falsch? a) Aus f mit $f(x) = e^x$ folgt $f'(x) = x \cdot e^{x-1}$ b) Aus f mit $f(x) = x \cdot e^x$ folgt $f''(x) = (x + 2)e^x$ c) Aus f mit $f(x) = (e^x)^2$ folgt $f'(x) = 2e^{2x}$ d) Aus f mit $f(x) = \frac{1}{e^x}$ folgt $f'(x) = -e^{-x}$	<table style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Wahr</td> <td style="text-align: center;">Falsch</td> </tr> <tr> <td>a)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d)</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>		Wahr	Falsch	a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch														
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
c)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
d)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
Welche der Funktionen stimmt mit ihrer Ableitung überein? $f(x) = 1,5e^{x-1} + 5$ $g(x) = 5e^{x+2}$ $h(x) = 2e^{-x} - 2e^x$ $k(x) = -e^{-x} + e^{x+1}$ $m(x) = -8e^x$	<table style="margin: auto;"> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>f(x)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>g(x)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>h(x)</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>k(x)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>m(x)</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	<input type="checkbox"/>	f(x)	<input type="checkbox"/>	g(x)	<input type="checkbox"/>	h(x)	<input type="checkbox"/>	k(x)	<input type="checkbox"/>	m(x)					
<input type="checkbox"/>	f(x)	<input type="checkbox"/>	g(x)													
<input type="checkbox"/>	h(x)	<input type="checkbox"/>	k(x)													
<input type="checkbox"/>	m(x)															

8	
---	--

Zusatzfrage:

Bilden Sie die 1. Ableitung zu folgenden Funktionen:

a) $t(x) = \left[\cos(e^{3x}) \right]^2$ b) $f(x) = 4^{x^2}$