

Thema: Summenzeichen; Ganzrat. Kurvenscharen;
Ortskurve; Ableitungen

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Summenzeichen

24

Schreiben Sie die Summen ohne das Summenzeichen und bilden Sie die Summanden

a)
$$\sum_{k=0}^5 \sqrt{k} =$$

b)
$$\sum_{k=1}^4 (-1)^k \frac{1}{k^2} =$$

Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des Summenzeichens

c)
$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 156 + 158 + 160 =$$

d)
$$\frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{125} - \frac{1}{625} + \frac{1}{3.125} - \frac{1}{15.625} =$$

e) Fassen Sie die beiden Summen zusammen durch eine geeignete Indexverschiebung:

$$\sum_{k=3}^{102} (k-2)^2 + \sum_{k=1}^{100} (-k^2 + 3k) =$$

Aufgabe 2: Ableitungen

6	
---	--

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive Exponenten resultieren.

a) $f_k(x) = \frac{1}{4}k^4 x^{2n}$

b) $f_k(x) = \frac{k^2}{x^n}$

Aufgabe 3: Kurvenuntersuchung

30	
----	--

Gegeben sei folgende ganzrationale Kurvenschar:

$$f_k(x) = \frac{4}{3}x^3 - kx^2 \quad \text{mit } k > 0$$

- Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.
- Zeigen Sie, dass die Funktion immer genau zwei Extrema besitzt und bestimmen Sie die Extremwerte.
- Bestimmen Sie die Ortskurve der Minima.
- Berechnen Sie den Wendepunkt und begründen Sie, weshalb dieser die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt halbiert.
- Für welchen Wert von k liegt das Minimum an der Stelle $x = 2$?
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion für $k = 4$.

Zusatzaufgabe:

4	
---	--

Erläutern Sie die Begriffe lokales und globales Extremum einer Funktion.