

Thema: **Übergangsprozesse und Stat. GG**

Name:

**Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!**

Punkte:

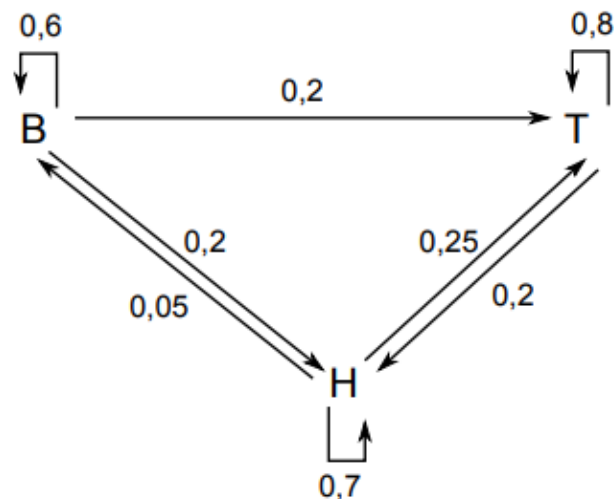
Note:

**Aufgabe 1: Übergänge beschreiben und berechnen****20**

Die Bücher des Autors Hubert Knödelmeyer werden als Bücher mit Hardcover (B), Taschenbuch (T) und als Hörbücher (H) verkauft.

Eine Umfrage ergab, dass die Leser sich beim nächsten Buch des Autors oft für den gleichen Buchtyp entscheiden, dass aber auch ein Wechselverhalten vorliegt.

Dieses Leserverhalten ist in folgendem Übergangsgraphen dargestellt:



- a) Beschreiben Sie das Verhalten der Leser am Beispiel der Taschenbücher in Worten.

Freie Antwort

- b) Erstellen Sie die Übergangsmatrix  $U$  und den Zustandsvektor von Edition 2, wobei Hardcover (B) und Hörbuch (H) gleich oft gewählt wurden und 30 % sich für das Taschenbuch (T) entschieden haben.

$$U = \begin{pmatrix} 0,6 & 0 & 0,05 \\ 0,2 & 0,8 & 0,25 \\ 0,2 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \quad \vec{z}_{Edition2} = \begin{pmatrix} 0,35 \\ 0,3 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

- c) Welche Verteilungen liegen bei den Editionen E3 und E4 voraussichtlich vor?

$$U \cdot \vec{z}_{Edition2} = \vec{z}_{Edition3} \rightarrow \vec{z}_{Edition3} = \begin{pmatrix} 0,2275 \\ 0,3975 \\ 0,3750 \end{pmatrix}$$

$$U \cdot \vec{z}_{Edition3} = \vec{z}_{Edition4} \rightarrow \vec{z}_{Edition4} = \begin{pmatrix} 0,15525 \\ 0,45725 \\ 0,38750 \end{pmatrix}$$

d) Wie war die Verteilung bei der Erstausgabe (Edition 1)?

$$U \cdot \vec{z}_{Edition1} = \vec{z}_{Edition2} \xrightarrow{LGS} \vec{z}_{Edition1} = \begin{pmatrix} 0,5583 \\ 0,1417 \\ 0,3000 \end{pmatrix}$$

$$U \cdot \vec{z}_{Edition1} = \vec{z}_{Edition2} \xrightarrow[U]{Inverse} \vec{z}_{Edition1} = U^{-1} \cdot \vec{z}_{Edition2} = \begin{pmatrix} 0,5583 \\ 0,1417 \\ 0,3000 \end{pmatrix}$$

e) Verleger Rudi Dollarblick möchte für die Zukunft besser planen können und fragt sich, ob auf lange Sicht die Taschenbücher einen Anteil von mindestens 50 % der Leser erreichen werden?

Bitte klären Sie die Fragestellung.

Ansatz:

$$U \cdot \vec{x} = \vec{x} \xrightarrow{-\vec{x}} U \cdot \vec{x} - \vec{x} = \vec{0} \xrightarrow{\vec{x} \text{ ausklammern}} (U - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

und berücksichtigen, dass gilt:  $x + y + z = 1$

$$U - E = \begin{pmatrix} -0,4 & 0 & 0,05 \\ 0,2 & -0,2 & 0,25 \\ 0,2 & 0,2 & -0,3 \end{pmatrix} \xrightarrow{hLGS} \left( \begin{array}{ccc|c} -0,4 & 0 & 0,05 & 0 \\ 0,2 & -0,2 & 0,25 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} 0,05 \\ 0,55 \\ 0,40 \end{pmatrix} \rightarrow y = 0,5$$

## Aufgabe 2: Übergänge darstellen

5	
---	--

Stellen Sie die durch die Matrix beschriebenen Übergänge in einem Gozintographen dar – vervollständigen Sie bitte die fehlenden Werte 😊

$\leftrightarrow$	S	T	W
S	0,2	0	0,25
T	2b	0,3	c <sup>2</sup>
W	6b	a	2c <sup>2</sup>

Spaltensumme muss 1 sein;

b = 0,1   a = 0,7   3c<sup>2</sup> = 0,75 => c = 0,5   +   Gozintograph zeichnen

**Aufgabe 3: Theorie und Gauß-Nachweis**

a) Erläutern Sie kurz die Herleitung des Ansatzes für das statische Gleichgewicht (allgemeine Darstellung)

Ansatz:

$$U \cdot \vec{x} = \vec{x} \xrightarrow{-\vec{x}} U \cdot \vec{x} - \vec{x} = \vec{0} \xrightarrow{\vec{x} \text{ ausklammern}} (U - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

b) Führen Sie die notwendige Berechnung mittels Gauß-Verfahrens durch, wenn folgende Übergangsmatrix gegeben ist:

$$U = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,7 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$$

Ansatz:

$$U \cdot \vec{x} = \vec{x} \xrightarrow{-\vec{x}} U \cdot \vec{x} - \vec{x} = \vec{0} \xrightarrow{\vec{x} \text{ ausklammern}} (U - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

$$(U - E) \cdot \vec{x} = \vec{0} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} -0,6 & 0,7 & 0,2 & 0 \\ 0,4 & -0,9 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & -0,3 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{hLGS} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{25}{26}z \\ \frac{7}{13}z \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{26} \cdot k \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 14 \\ 26 \end{pmatrix} \text{ mit } k \in \mathfrak{R}$$