

Thema: e-Funktionen (Differential- & Integralrechnung)  
Mit und ohne Scharparameter

Name:

Punkte:

Note:

**Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!**

**Aufgabe 1: Steigung**

6

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{3x}{e^{2x}} \text{ an der Stelle } x = 1.$$

**Aufgabe 2: Kurvenuntersuchung (innermathematisch)**

17

Untersuchen Sie die Funktion  $f_k(x) = \left(k - \frac{1}{2}x\right) \cdot e^x$  mit  $k > 0$

a) Berechnen Sie Schnittstellen mit den Koordinatenachsen.

b) Zeigen Sie, dass die 2. Ableitung folgende Form annehmen kann:

$$f_k''(x) = e^x \cdot \left(-1 + k - \frac{1}{2}x\right)$$

c) Wie lauten die Extrema der Scharkurve?

**Aufgabe 3: Anwendungsaufgabe**

In einer großen Stadt breitet sich eine Viruserkrankung aus.

Die momentane Erkrankungsrate wird modellhaft beschrieben durch die Funktion

$$f(t) = 100t^2 \cdot e^{-0,5 \cdot t} \quad \text{mit } t \geq 0$$

Dabei ist  $t$  die Zeit in Wochen seit Beobachtungsbeginn und  $f(t)$  die Anzahl der **Neuerkrankungen pro Woche**.

a) In welcher Woche erkranken die meisten Personen neu? Wie viele sind dies? Belegen Sie hinreichend.

b) Erläutern Sie mit mathematischen Mitteln, dass die Erkrankungsrate nach der 4. Woche rückläufig ist. (=> Monotonie/L'Hospital?!)

c) Nehmen wir an, dass die Stammfunktion folgende Form annehmen kann:

$$F(t) = \frac{-200(t^2 + 4t + 8)}{e^{0,5t}}$$

Zeigen Sie, dass dies tatsächlich eine Stammfunktion zu  $f(t)$  ist.

d) Wie viele Personen erkranken in den ersten 10 Wochen insgesamt?

e) Zeigen Sie, dass die durchschnittliche Anzahl der Neuerkrankungen pro Woche während der ersten 10 Wochen bei ca. 140 Personen liegt.

f) Begründen Sie dass die Gesamtsumme der Neuerkrankungen über den kompletten Betrachtungszeitraum den Wert 1600 nicht übertreffen wird.