

Thema: In-Funktionen (Differential- & Integralrechnung)
Mit und ohne Scharparameter

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Kurvenuntersuchung (innermathematisch)

Gegeben sei die Schar von Funktionen f_k durch die Gleichung

$$f_k(x) = (x-k) \cdot \ln(x) \quad \text{mit } k > 0$$

- (1) Begründen Sie kurz, warum der Definitionsbereich wie folgt festgelegt wird:

4	
---	--

$$D =]0; \infty]$$

- (2) Untersuchen Sie das Verhalten der Graphen der Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs.

6	
---	--

- (3) Wo liegen die Nullstellen der Kurvenschar?

6	
---	--

- (4) Zeigen Sie, dass die 1. Ableitung der Funktion folgende Form annehmen kann:

4	
---	--

$$f_k'(x) = \ln(x) + \frac{x-k}{x}$$

- (5) Bestimmen Sie eine Gleichung des geometrischen Ortes aller Tiefpunkte, ohne dabei die x-Werte der Minima zu bestimmen.

6	
---	--

- (6) Prüfen Sie, ob die Kurvenscharen Wendepunkte besitzen.

6	
---	--

- (7) Wie lauten die Tangente und die Normale an der Stelle $x = 2$ bei $f_2(x)$?

8	
---	--

- (8) Zeigen Sie mittels Integralrechnung, dass die Stammfunktion zu $f_k(x)$ folgende Form annehmen kann:

6	
---	--

$$F_k(x) = \ln(x) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - kx \right) - \frac{1}{4}x^2 + kx \quad \text{mit } k > 0$$

- (9) Berechnen Sie die Flächenmaßzahl für folgendes Integral: $\int_1^e F_3(x) dx$.

6	
---	--

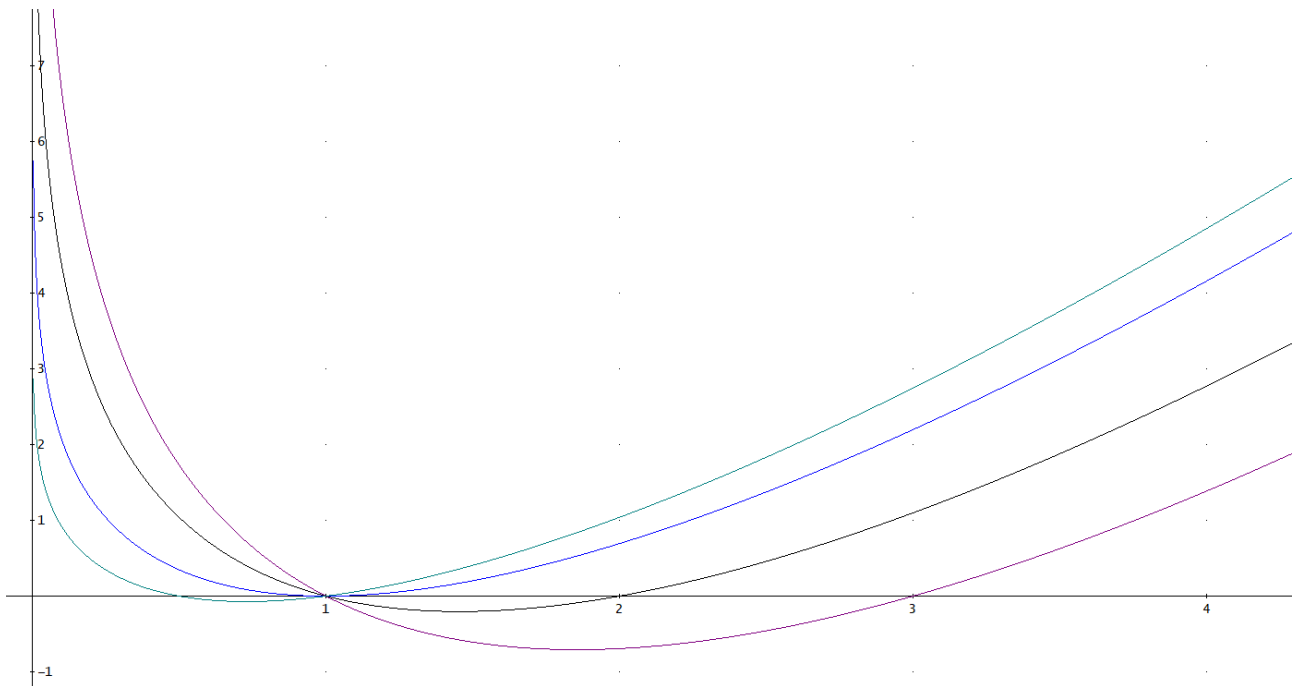
- (10) Beschreiben Sie die notwendige Vorgehensweise für die Ermittlung der

6	
---	--

Flächenmaßzahl bei $\int_1^e F_2(x) dx$ und berechnen Sie die Fläche.

(11) Für welche Werte von k sind die Kurven gezeichnet worden?

6	
----------	--



Bitte begründen Sie Ihre k -Werte.

Die Funktion $G(x) = \int_1^x f_1(t) dt$

(12) Geben Sie $G(x)$ in integralfreier Form an.

6	
----------	--

Zusatzaufgabe:

Bestimmen Sie die Extrema von $G(x)$ –
allerdings ohne die Ableitung explizit zu bilden, sondern mittels
geschickter Argumentation.

6	
----------	--