11. Jgst.	3. Kursarbeit	Datum: 18.03.2022
Klasse: GY 21b	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Gebrochen rationale Funktionen; Differentialquotient (ganzrational)

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Gebrochen-rationale Funktionen untersuchen

28	

Untersuchen Sie die zwei folgenden Funktionen hinsichtlich folgender Eigenschaften: ***Nullstellen, Polstellen, Lücken, Asymptote und S_y und fertigen Sie jeweils eine Skizze der Funktion an.***

a) $g(x) = \frac{4x-8}{2x^2-8}$

b) $f(x) = \frac{3x^2-12}{(x+1)(x-4)}$

2.) Näherung mit Rechnen und Beweis durch h-Methode

10	

Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion an der Unstetigkeitsstelle:

$$f(x) = \frac{x+2}{x-5} \quad \text{für} \quad x = ???$$

a) Berechnen: von links:

x	4,9	4,99	4,999	$x \rightarrow ???$
$f(x) = \frac{x+2}{x-5}$				

b) Nachweis durch h-Methode (nur von rechts)

3.) Punktproben

16	

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^2+x-2}{2x-4}$

a) Prüfen Sie, ob die Punkte **A(-2/-8)** und **B(3/5)** auf der Funktion f liegen?

b) Vervollständigen Sie die Koordinaten der Punkte, damit sie auf der Funktion f liegen:

C(6/y) und **D(x/5,4)**.

4.) Gebrochen-rationale Funktionen rekonstruieren

16	

Geben Sie je eine gebrochen-rationale Funktionsvorschrift an,
deren Graph folgende Eigenschaften besitzt.

a) Pol mVZW an der Stelle **x = 3**, Nullstelle bei **x = - 1** und eine Asymptote mit **a(x) = - 2**.

b) Pol oVZW an der Stelle **x = - 2** und eine einfache Nullstelle bei **x = 1**.

c) Pol an der Stelle **x = - 4**, behebbare Lücke bei **x = 3**, eine dreifache Nullstelle bei **x = 5**, Asymptote **a(x) = 2,5** und Zählergrad: **n = 4**

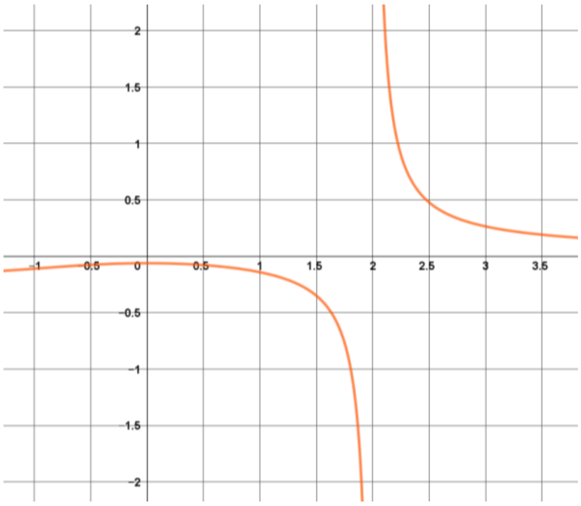
5.) **Zuordnung:**

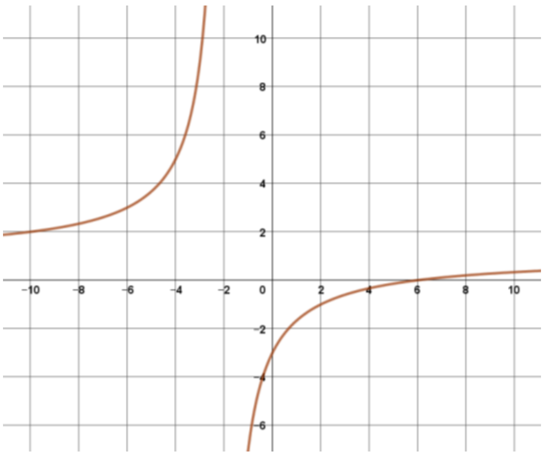
16	

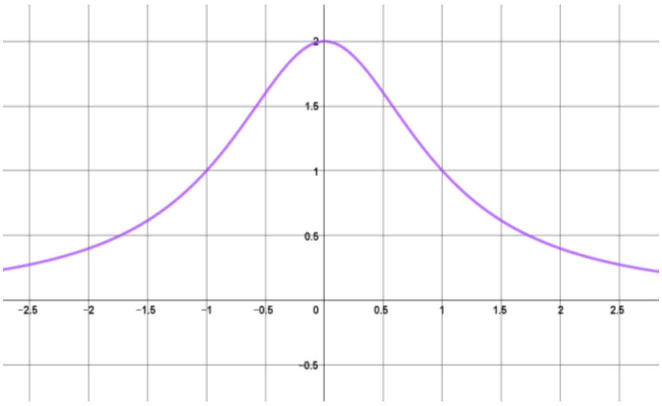
Ordnen Sie vier der gegebenen Funktionsvorschriften den Graphen zu und geben Sie ***drei Gründe*** für die korrekte Zuordnung an:

A $f(x) = \frac{x-4}{x+1}$ **B** $f(x) = \frac{x^2-9}{x-5}$ **C** $f(x) = \frac{x^2+1}{2x^3-16}$

D $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$ **E** $f(x) = \frac{2x-4}{x^2-4}$ **F** $f(x) = \frac{x-6}{x+2}$







6.) **Geben Sie die Gleichung der Asymptoten an.**

10	

a) $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^3+6}$

b) $g(x) = \frac{x^2+2x}{4x^2+3}$

c) $h(x) = \frac{6x^3+3x}{2x^2-1}$

7.) Zuordnung: Frage - Antwort

14	

Tragen Sie in der mittleren Spalte bei jeder Aufgabenstellung den korrekten Lösungsbuchstaben ein. Beachten Sie: Es gibt mehr Lösungsbuchstaben als Aufgaben und jeder Lösungsbuchstabe dürfte mehrmals verwendet werden.

Gegeben ist die Funktion $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ *und* $f^*(x)=$ ____________ mit maximaler Definitionsmenge **D**		**A**	**1 und 2**
1 In der Definitionsmenge **D** sind folgende Zahlen ***nicht*** enthalten:		**B**	**1**
		C	**0 und 2**
		D	**– 2 und 2**
2 Die Funktion f hat die Nullstelle(n) x =		**E**	**2**
3 Die Funktion f hat die Polstelle x =		**F**	**– 2**
		G	**28**
4 Die Funktion f hat die behebbare Definitionslücke x =		**H**	**– 1**
		I	$\frac{1}{4}$ **und 1**
5 Der Graph von f hat die waagrechte Asymptote mit der Gleichung a(x) =		**J**	**-3,5**
6 Der Grenzwert von f(x) für x gegen 2 hat den Wert		**K**	$\frac{1}{4}$
		L	**4**
7 Die Anzahl der Schnittpunkte zwischen dem Graphen von f und der Geraden mit der Gleichung y = x beträgt		**M**	**0**

ZUSATZAUFGABE – Wählen Sie zwischen Option 1 und 2:

8	

Option 1: Gebrochen-rationale Funktionen mit Parameter

Gegeben ist die Funktion $f_t(x)=\frac{x}{tx^2-tx+1}$ $\quad mit \ \ t\in\Re\setminus\{0\}$

Für welchen Wert von **t** besitzt die Funktion genau eine Polstelle?
Anmerkung: Denken Sie an die Diskriminante!

Option 2: Differentialquotient

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) \;=\; 3x^2$
mit Hilfe des Differentialquotienten bzw. mit der h-Methode.