11. Jgst.	4. Kursarbeit	Datum: 03.06.2022
Klasse: GY 21b	Gruppe A	Fach: Mathematik (Kernfach)

Thema: Ganzrationale Funktionen; Kurvendiskussion

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Hoch- und Wendepunkte **12**

a) Wie lautet die notwendige Bedingung für einen **Hoch**punkt?

b) Nennen Sie die hinreichende Bedingung für einen **Hoch**punkt?

c) Was versteht man unter einem Sattelpunkt?

d) Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = 3x^2 - 4kx + 2$

Zeigen Sie, dass diese Funktion keinen Wendepunkt besitzen kann.

2.) Welche Symmetrie liegt vor? Begründen Sie Ihre Entscheidung. **9**

(i) $f(x) = -4x^6 + 2x^4 + x^2 - 1$

(ii) $f(x) = -2x^7 + x^3 - 4x$

(iii) $f(x) = -4x^{8(n+1)} + 3x^{2n} \quad mit \quad n \in N$

3.) **Kurvenuntersuchung** **20**

Bestimmen Sie bei der folgenden Funktion $f(x) = -3x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x$

(i) die Nullstellen,
(ii) die Extremwertstellen,
(iii) die Monotonieintervalle
(iv) und die Wendestelle(n)

4.) **Steigungen und Tangente(n)** **12**

Gegeben sei folgende Funktion: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4$

a) Berechnen Sie die Tangente in x = 2 an die Funktion

b) An welchen Stellen hat die Funktion eine Tangente mit folgender Gleichung: $t(x) = x + b \quad mit \quad b \in \Re$

5.) **„Absatzprobleme"** **20**

Während ihrer umfangreichen Reisetätigkeit mit der Deutschen Bahn AG ist der Ernährungs- und Gesundheitsberaterin Kunigunde Veggie-Börger aufgefallen, dass ein bemerkenswerter Zusammenhang besteht zwischen der **Höhe h (in cm)** ihrer Stöckelschuhe und der **Wahrscheinlichkeit w(h)** dafür, dass sie ihren Reiskoffer selbst vom Bahnsteig zum Taxi tragen muss.
Der funktionale Zusammenhang zwischen w und h kann durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$w(h) = \frac{1}{100}h^2 - 0{,}16h + 0{,}9 \quad mit \quad h \in [0\,;10]$$

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit den Koffer selbst tragen zu müssen, **wenn h die Werte der Intervallgrenzen annimmt**?

b) Wie hoch darf die Absatzhöhe maximal sein, damit die Wahrscheinlichkeit w(h) höchstens 50 % beträgt?

c) Welchen Wert nimmt die **momentane Änderungsrate der Wahrscheinlich** bei h = 2 an?

=> ***Erläutern Sie dieses Ergebnis im Sachzusammenhang der Aufgabe.***

d) Bei welcher Absatzhöhe ist die Wahrscheinlichkeit, den Koffer selbst tragen zu müssen, am kleinsten?
Anmerkung: ***Zeigen Sie, dass Ihre Lösung ein Minimum darstellt***.



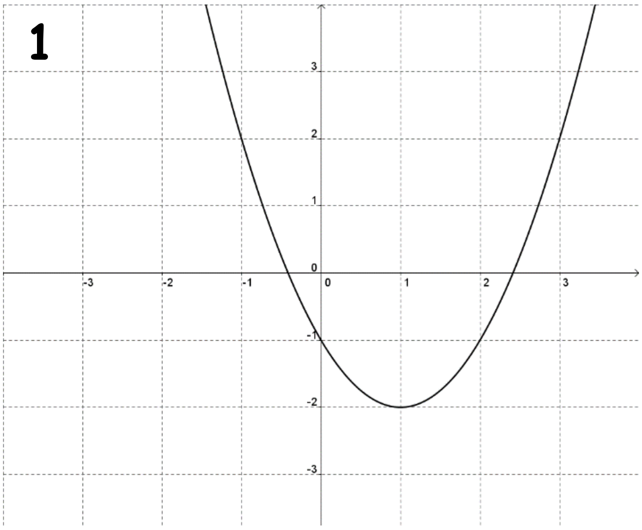

6.) **Zuordnung: Funktion - Graph**

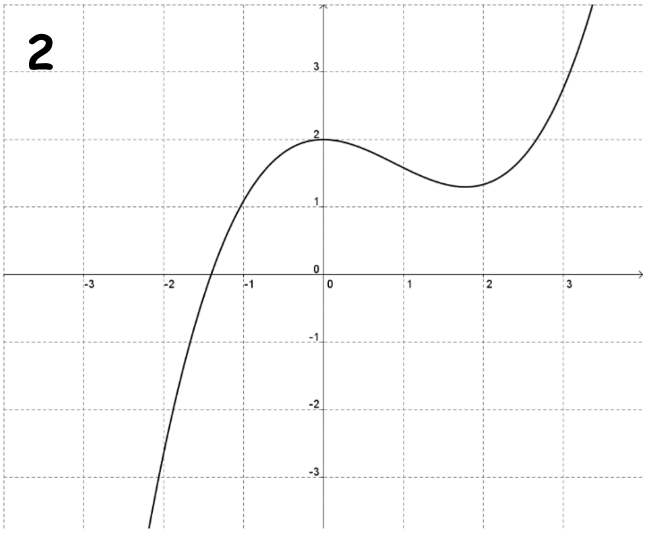
12	

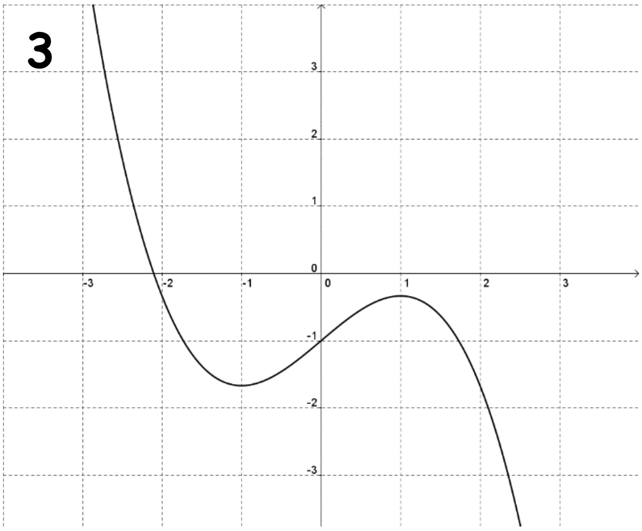
Ordnen Sie drei der Funktionen die Ableitungsgraphen zu und begründen Sie kurz Ihre Entscheidung durch *zwei Kennzeichen*.

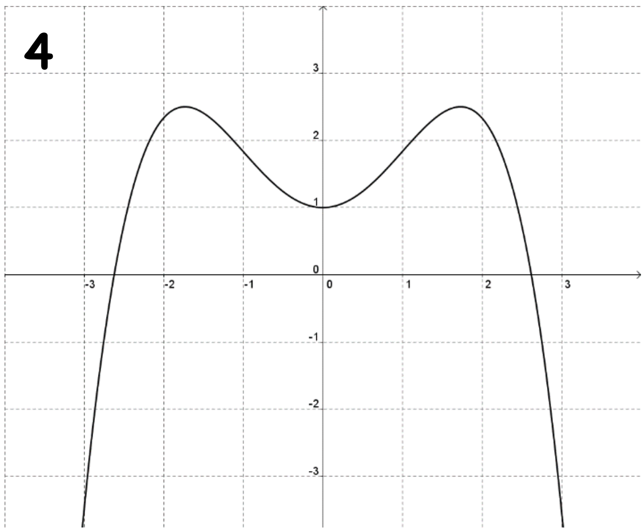
Für eine Funktion ist leider kein Ableitungsgraph vorhanden – den müssen Sie leider selbst zeichnen.

Funktionen

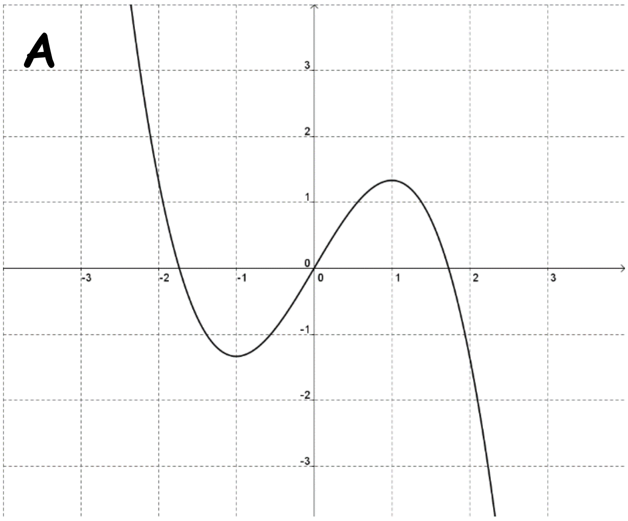


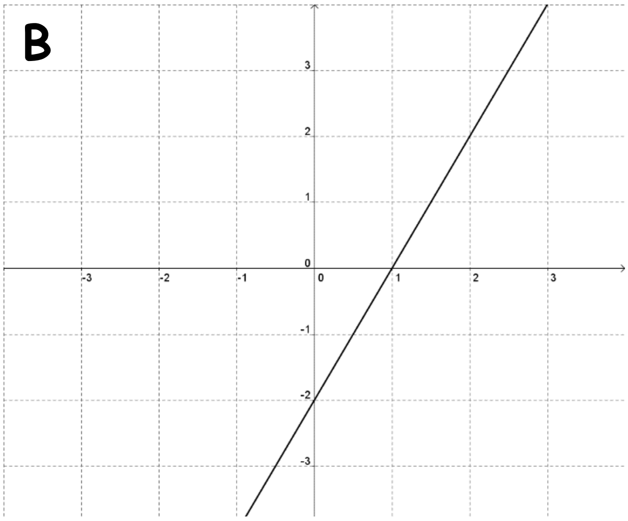


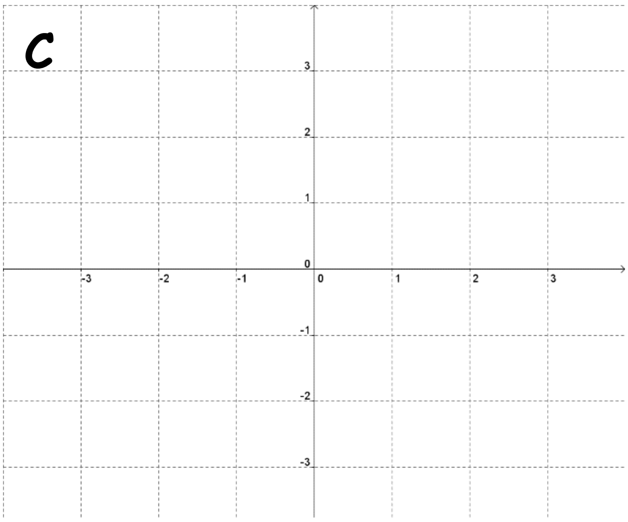


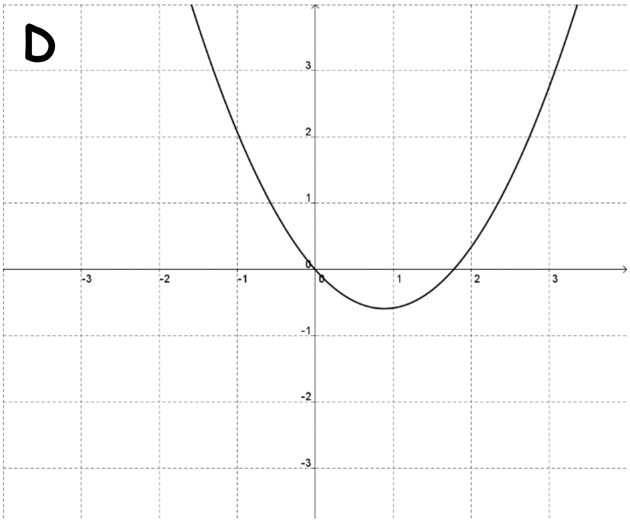


Ableitungen









7.) **Wissen – Rechnen – Entscheiden – Beurteilen - Begründen**

58	

(i) **Beurteilen *<u>(Entscheiden und Begründen)</u>* Sie, ob die Aussagen (W)ahr oder (F)alsch sind.**

Aussage 1: **Ableitung und momentane Änderungsrate beschreiben denselben Sachverhalt.**

Aussage 2: **Gilt $f'(-2) = 3$, so hat die Ableitung von f an der Stelle 3 den Wert -2.**

Aussage 3: **Existiert für f die momentane Änderungsrate in x_0, so ist f differenzierbar in x_0.**

(ii) **Bestimmen Sie den Wert der Steigung an der Stelle x_0:**

a) $f_k(x) = 0{,}2x^3 + k \quad in\ x_0 = 1{,}5$

b) $f_k(x) = \dfrac{2}{x} + 3k \quad in\ x_0 = -0{,}5$

(iii) **Der Temperaturverlauf in einem Ofen lässt sich durch die Funktion T mit**

$T(t) = 30\sqrt{t} + 15$ $(0 \le t \le 30$, t in Minuten, T in °C) beschreiben.

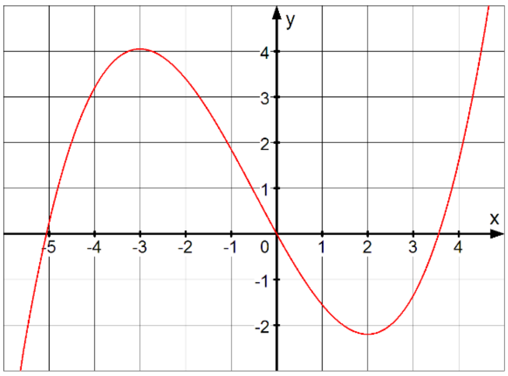
a) **Berechnen Sie den Wert T(25) – T(9) *<u>und</u>* erklären Sie das Ergebnis im Anwendungsbezug.**

b) **Steigt oder fällt die Temperatur für t = 25?**

c) **Was bedeutet $T'(9) = 5$ konkret für das Beispiel?**

d) **Wie hoch ist die Temperatur zu Beginn des Verlaufs?**

(iv) ***<u>Begründen</u>*** **Sie aufgrund des Graphen, weshalb die Aussagen (F)alsch sind *<u>und berichtigen</u>* Sie diese.**



Aussage 1: **Für $x < -2$ fällt f monoton.**

Aussage 2: **Für $-3 < x < 2$ steigt f *<u>streng</u>* monoton.**

Aussage 3: **Für $2 \le x$ steigt f *<u>streng</u>* monoton.**

(v) **Entscheiden Sie, ob die Aussagen zu ganzrationalen Funktionen (W)ahr oder (F)alsch sind.**

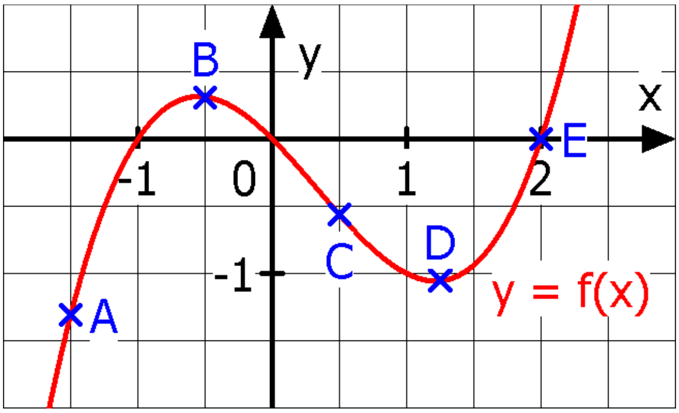
Aussage 1: **Eine Nullstelle von f' ist *<u>immer</u>* eine Extremstelle von f.**

Aussage 2: **An einer inneren Extremstelle x_0 von f gilt *<u>immer</u>* $f'(x_0) = 0$.**

Aussage 3: **Hat f' einen Vorzeichenwechsel bei x_0, so liegt eine Extremstelle von f bei x_0 vor.**

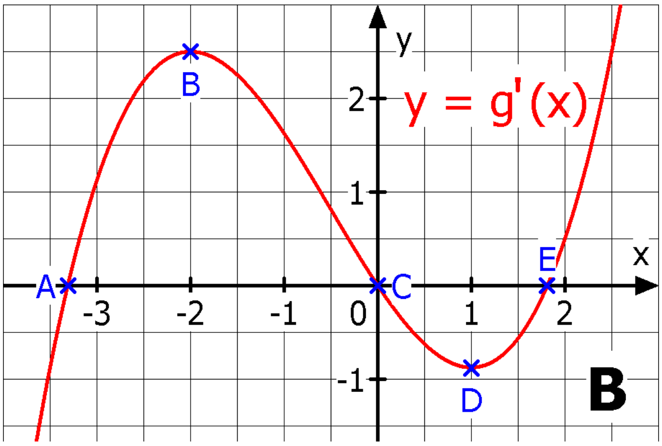
Aussage 4: **Zwischen zwei benachbarten Hochpunkten des Graphen von f liegt *<u>immer</u>* ein Tiefpunkt.**

(vi) **Tragen Sie in der Tabelle ein, ob $f(x)$, $f'(x)$ und $f''(x)$ in den markierten Punkten positiv (>0), negativ (<0) oder Null sind**



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
A			
B			
C			
D			
E			

(vii) **Abb. B zeigt den *Graphen der Ableitung einer Funktion g*. Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP) des Graphen von g. Füllen Sie die Tabelle aus**



	HP	TP	WP
A			
B			
C			
D			
E			

(viii) **Entscheiden Sie, ob die Aussagen zur Funktion f bzw. zu ihrem Graphen (W)ahr oder (F)alsch sind.**

Aussage 1: **Wendestellen von f sind Extremstellen von f'.**

Aussage 2: **In einem Wendepunkt geht der Graph *immer* von einer Links- in eine Rechtskurve über.**

Aussage 3: **Gilt $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$, so ist W(x_0 | $f(x_0)$) Sattelpunkt des Graphen von f.**

Aussage 4: **Jede ganzrationale Funktion f mit *ungeradem Grad größer 1* hat mindestens eine Wendestelle.**

Aussage 5: **Jede achsensymmetrische ganzrationale Funktion f hat mindestens eine Wendestelle.**