11. Jgst.	**1. Test**	**Datum: 17.09.2021**
Klasse: GY 21b	**Fach: Mathematik (Kernfach)**	

Thema: Erweitertes Distributivgesetz, Funktionen (allgemein) und lineare Funktionen, Intervalle

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Erweitertes Distributivgesetz – Rechentechnik I

Multiplizieren Sie die Klammerterme aus und fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

a) $k \cdot (a^2 + 1)$ b) $b \cdot \left(\frac{4}{b} + \frac{b}{8}\right)$

c) $(a-4)\cdot(a+3)$ d) $(a^2+4)^2$

Lösungen:

a) $k \cdot (a^2 + 1) = ka^2 + k$ b) $b \cdot \left(\frac{4}{b} + \frac{b}{8}\right) = 4 + \frac{b^2}{8}$

c) $(a-4)\cdot(a+3) = a^2 - a - 12$ d) $(a^2+4)^2 = a^4 + 8a^2 + 16$

2.) Zahlenmengen: Zu welcher kleinstmöglichen Zahlenmenge gehören diese Zahlen?

a) $\sqrt{9}$ b) $-\sqrt{9}$ c) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ d) $\frac{1}{2}\pi$

e) Erklären Sie, welche Zahlenmenge durch $\mathbb{Q}$ dargestellt wird und begründen Sie, warum man sie mit $\mathbb{Q}$ bezeichnet.

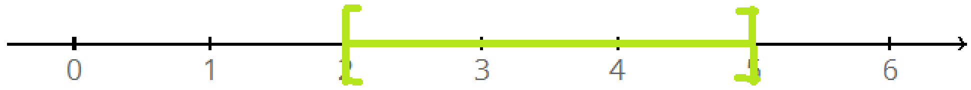
Lösungen:

a) $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$ b) $-\sqrt{9} = -3 \in \mathbb{Z}$ c) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$ d) $\frac{1}{2}\pi \in \mathbb{R}$

e) $\mathbb{Q}$ ist die Menge der rationalen Zahlen (= Menge der Brüche)
=> kommt aus dem Begriff Quotient (= Ergebnis der Division)

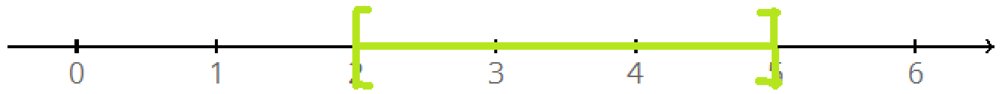
3.) Intervalle I

Kreuzen Sie die korrekte Lösung bzw. die richtigen Aussagen an:



a) ○ $2 < x < 5$ ○ $2 \leq x < 5$ ○ $2 < x \leq 5$ ○ $2 \leq x \leq 5$

Lösungen: **Option 4** **=>** $2 \leq x \leq 5$



b) ☐ offenes Intervall ☐ halboffenes Intervall ☐ geschlossenes Intervall

☐ die 2 gehört noch zum Intervall ☐ die 2 gehört nicht mehr zum Intervall

☐ die 5 gehört noch zum Intervall ☐ die 5 gehört nicht mehr zum Intervall

Lösungen: **geschlossenes Intervall; die 2 gehört noch zum Intervall; die 5 gehört noch zum Intervall**

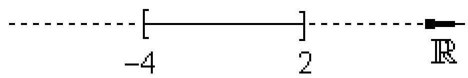
c) $x \leq 4$ $\quad \mathbf{G} = \mathbf{N}_0$

○ $\mathbf{L} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ ○ $\mathbf{L} = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ ○ $\mathbf{L} = [0 ; 4]$ ○ $\mathbf{L} =]0 ; 4[$

Lösungen: **Option 1** **=>** $L = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

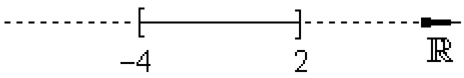
4.) Intervalle II

Ergänzen Sie die Tabelle (Intervall – Zahlenstrahl – Menge), indem Sie die jeweils leeren Felder ausfüllen bzw. ergänzen:

	Zahlenstrahl	**Intervall**	**Menge**
a)			$A = \{x \in \Re \mid -3 \leq x < 2\}$
b)		$[-10 ; 4[$	
c)			
d)			$D = \{x \in \Re \mid x < 8\}$

Zusatzfrage: Bestimmen Sie das Intervall aus der Menge $E = \{x \in \Re \mid x^2 < 4\}$.

Lösungen:

	Zahlenstrahl	Intervall	Menge
a)	Vgl. Intervall	$\left[-3\,;2\right[$	$A=\{x\in\Re \mid -3\le x<2\}$
b)	Vgl. Intervall	$\left[-10\,;4\right[$	$B=\{x\in\Re \mid -10\le x<4\}$
c)		$\left[-4\,;2\right]$	$C=\{x\in\Re \mid -4\le x\le 2\}$
d)	Vgl. Intervall	$\left]-\infty\,;8\right[$	$D=\{x\in\Re \mid x<8\}$

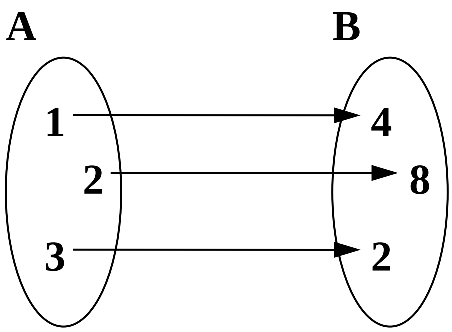
Zusatzfrage: Bestimmen Sie das Intervall aus der Menge $E=\{x\in\Re \mid x^2<4\}$.

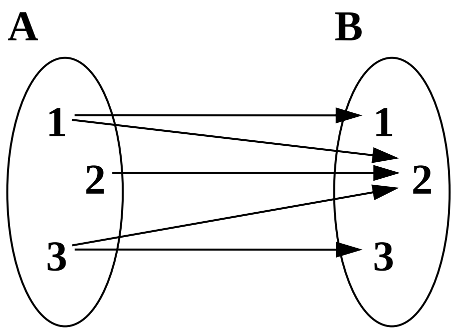
Lösungen: $E=\{x\in\Re \mid x^2<4\} \quad \rightarrow \quad E=\left]-2\,;2\right[$

5.) Funktionen

a) Definieren Sie den Begriff „Funktion“ aus mathematischer Sicht.

b) Beurteilen Sie die beiden Schaubilder dahingehend, ob es sich um eine Funktion handelt oder nicht. Bitte begründen Sie Ihre Entscheidung.





Lösungen:

Unter einer Funktion versteht man eine eindeutige Zuordnung jedes Elements der Menge A bzw. X zu genau einem Element der Menge B bzw. Y.

Linkes Schaubild ist eine Funktion, da es sich um eine eindeutige Zuordnung handelt.
Rechtes Schaubild ist keine Funktion, da es sich bezgl. Der Elemente 1 und 3 aus der Menge A nicht um eine eindeutige, sondern mehrdeutige Zuordnung zu mehreren Elementen der Menge B handelt.

Hier bitte auswählen: Aufgabe 6 oder 7:

6.) Geradengleichungen erstellen

Erstellen Sie die Geradengleichung, wenn folgende Angaben vorliegen:

a) Die Gerade f besitzt die Steigung m = -1 und geht durch den Punkt $P(3 \mid 2)$

b) Die Gerade g verläuft durch die Punkte $P(-4 \mid -1) \quad und \quad Q(2 \mid 3)$.

c) Die Gerade besitzt den y-Achsenabschnitt b = 5 und verläuft parallel zur Geraden $x - y = -2x - 2y - 3.000$

Lösungen:

a) Die Gerade f besitzt die Steigung m = -1 und geht durch den Punkt $P(3 \mid 2)$

$$f(x) = mx + b \xrightarrow[P(3 \mid 2)]{m=(-1)} 2 = (-1) \cdot 3 + b \rightarrow b = 5 \rightarrow f(x) = (-1)x + 5$$

b) Die Gerade g verläuft durch die Punkte $P(-4 \mid -1) \quad und \quad Q(2 \mid 3)$.

$$Gegeben: \quad P(-4 \mid -1) \quad und \quad Q(2 \mid 3)$$

Steigung ermitteln über Differenzenquotient:

$$m = \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \xrightarrow[P(-4 \mid -1)]{Q(2 \mid 3)} m = \frac{3-(-1)}{2-(-4)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = mx + b \xrightarrow[Q(2 \mid 3)]{m=\frac{2}{3}} 3 = \frac{2}{3} \cdot 2 + b \rightarrow b = \frac{5}{3} \rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

c) Die Gerade besitzt den y-Achsenabschnitt b = 5 und verläuft parallel zur Geraden $x - y = -2x - 2y - 3.000$

$$Gegeben: \quad x - y = -2x - 2y - 3.000$$

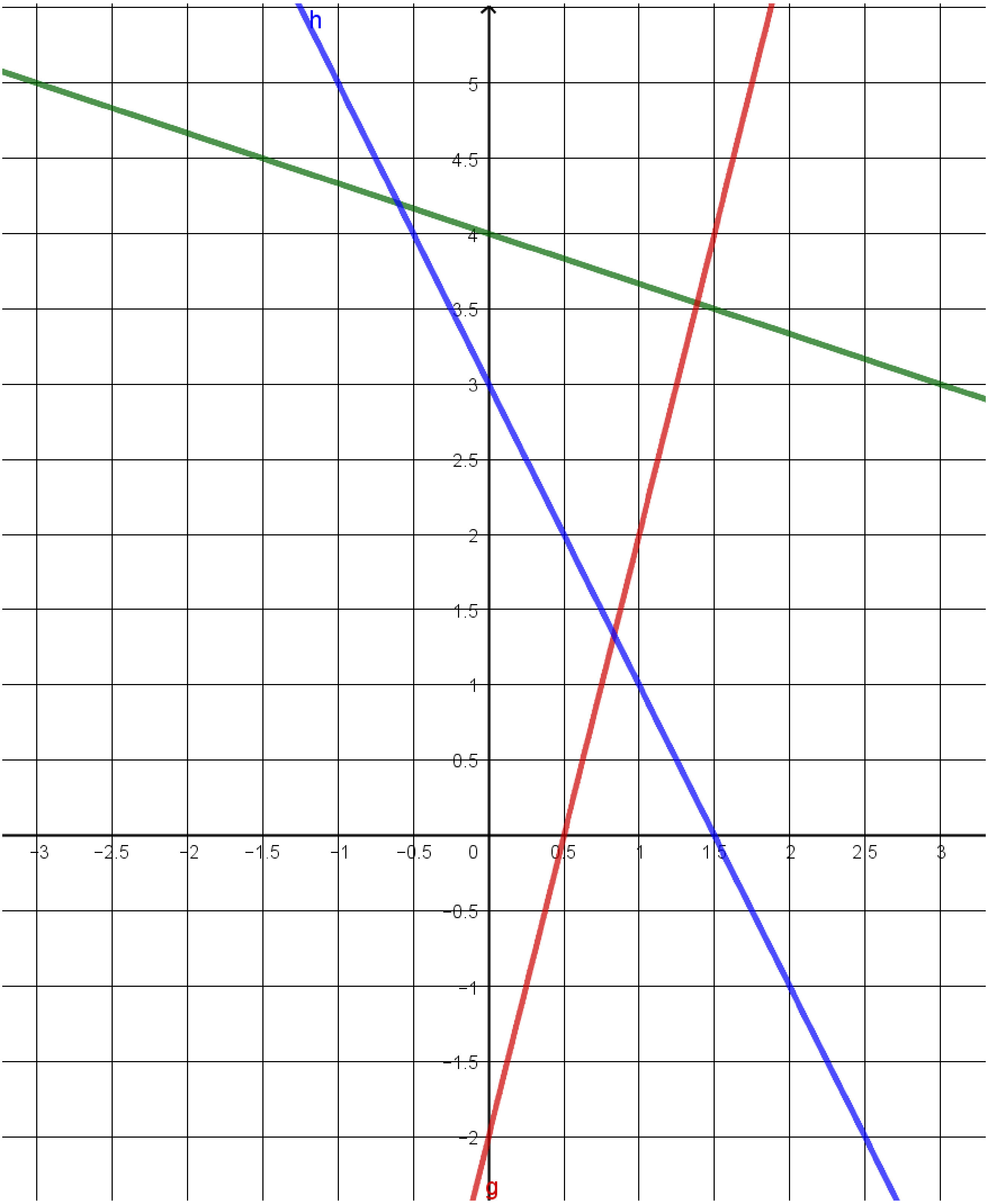
$$\xrightarrow[Form]{explizite} y = -3x - 3000 \xrightarrow[y-Achsenabschnitt: b=5]{parallel: gleiche\ Steigung} f(x) = (-3)x + 5$$

7.) **Zeichnen linearer Funktionen**

Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$ b) $g(x) = 4x - 2$ c) $2x - y = 8x + 2y - 9$

Lösungen:



Zusatzaufgabe:

8.) Die Regentonne

Eine Regentonne ist 90 cm hoch. Sie wird mit einem Schlauch gefüllt,
aus dem eine gleichmäßige Wassermenge fließt.
Nach 4 min. steht das Wasser 44 cm, nach 7 min. 62 cm hoch.

Wann ist die Regentonne voll?

Lösungen:

$$Gegeben: \quad A(4 \mid 44) \quad und \quad B(7 \mid 62)$$

Steigung ermitteln über Differenzenquotient:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \xrightarrow[B(7 \mid 62)]{A(4 \mid 44)} m = \frac{62-44}{7-4} = \frac{18}{3} = 6$$

$$f(x) = mx + b \xrightarrow[A(4 \mid 44)]{m=6} 44 = 6 \cdot 4 + b \rightarrow b = 20 \rightarrow f(x) = 6x + 20$$

$$\xrightarrow{Fragestellung} 6x + 20 = 90$$

$$\rightarrow x = \frac{70}{6} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}[\min] = 11[\min]40[sek]$$