11. Jgst.	**4. Test**	**Datum: 26.11.2021**
Klasse: GY 21b	**Fach: Mathematik (Kernfach)**	

Thema: Ganzrationale Funktionen (Linearfaktoren, Symmetrie, Nullstellen, Horner-Schema) und LGS

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Lineare Gleichungssysteme **8**

a) Lösen Sie das LGS nach einem Rechenverfahren Ihrer Wahl:

$$I)\quad y = 6x - 4 \qquad \wedge \qquad II)\quad y = 3x + 2$$

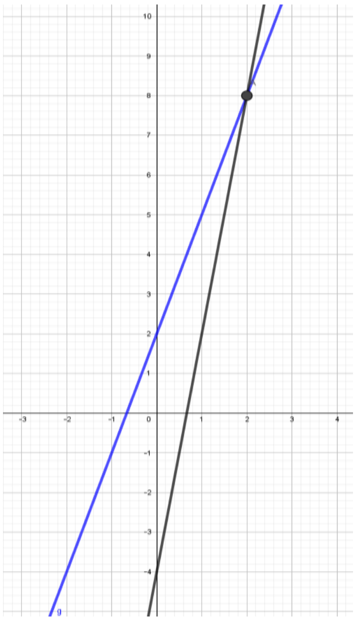
b) Lösen Sie das LGS graphisch und bestätigen Sie so Ihre rechnerische Lösung.

Lösung:

$$Gleichsetzen: \quad y = 6x - 4 \quad \leftrightarrow \quad y = 3x + 2$$

$$\rightarrow \quad 6x - 4 = 3x + 2$$

$$\rightarrow \quad 3x = 6 \quad \rightarrow \quad x = 2 \quad \rightarrow \quad y = 8$$



2.) Ganzrationale Funktionen I **18**

a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_4 = -3$ $a_3 = 1$ $a_2 = -5$ $a_1 = 2$ $a_0 = -8$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift.

$$\boxed{f(x) = -3x^4 + x^3 - 5x^2 + 2x - 8}$$

b) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_6 = -10$ $a_4 = 2$ $a_3 = 1$ $a_2 = a_3 - a_4$ $a_1 = \frac{1}{2} a_6$ $a_0 = -a_1 + a_3$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift.

$$\boxed{f(x) = -10x^6 + 2x^4 + x^3 - x^2 - 5x + 6}$$

c) Welchen Grad und welchen Wert von a_0 haben folgende Funktionen:

(i) $f(x) = x^2(2x+1)(x^3-1)$ (ii) $g(x) = x^{2n-1}(2x+1)^{3n} + 2$

Grad: n = 6 $a_0 = 0$	Grad: n = 5n-1 $a_0 = 2$

d) Welche Koeffizienten und welcher Grad liegen bei dieser Funktion vor?

$$f(x) = -4x^6 - 3x^5 + 2x^3 + 9x - 4$$

$a_6 = -4$ $a_5 = -3$ $a_3 = 2$ $a_1 = 9$ $a_0 = -4$ Grad: n = 6

3.) **Nullstellen bei ganzrationalen Funktionen** | 15 | |

Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Funktionen:

a) $f(x) = x^3 + 6x^2$ b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2}$

c) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_5 = 4$ $a_3 = 2$ $a_4 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$

Lösung:

a)

$$f(x) = x^3 + 6x^2 = 0 \rightarrow (x+6)x^2 = 0 \rightarrow x_1 = -6 \vee x_2 = 0\,[doppelt]$$

b)

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} = 0 \rightarrow x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)}}{2\cdot\frac{1}{2}} = \frac{-2\pm\sqrt{9}}{1} = \frac{-2\pm 3}{1}$$

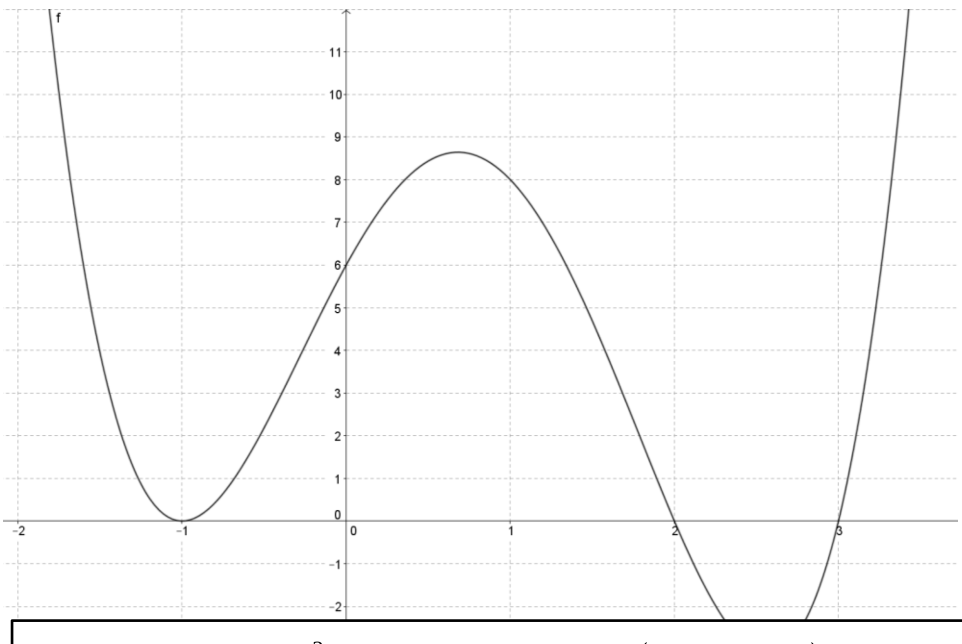
$$\rightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = -5$$

c) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_5 = 4$ $a_3 = 2$ $a_4 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$

$$f(x) = 4x^5 + 2x^3 = 0 \rightarrow (4x^2+2)x^3 = 0 \rightarrow x = 0\,[dreifach]$$

4.) **Wie lautet die Funktionsgleichung des Graphen in Linearfaktor- und Polynomdarstellung?** | 8 | |



$$f(x) = (x+1)^2(x-2)(x-3) = (x^2+2x+1)(x-2)(x-3)$$
$$= (x^3-3x-2)(x-3) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$$

16	

5.) Symmetrie

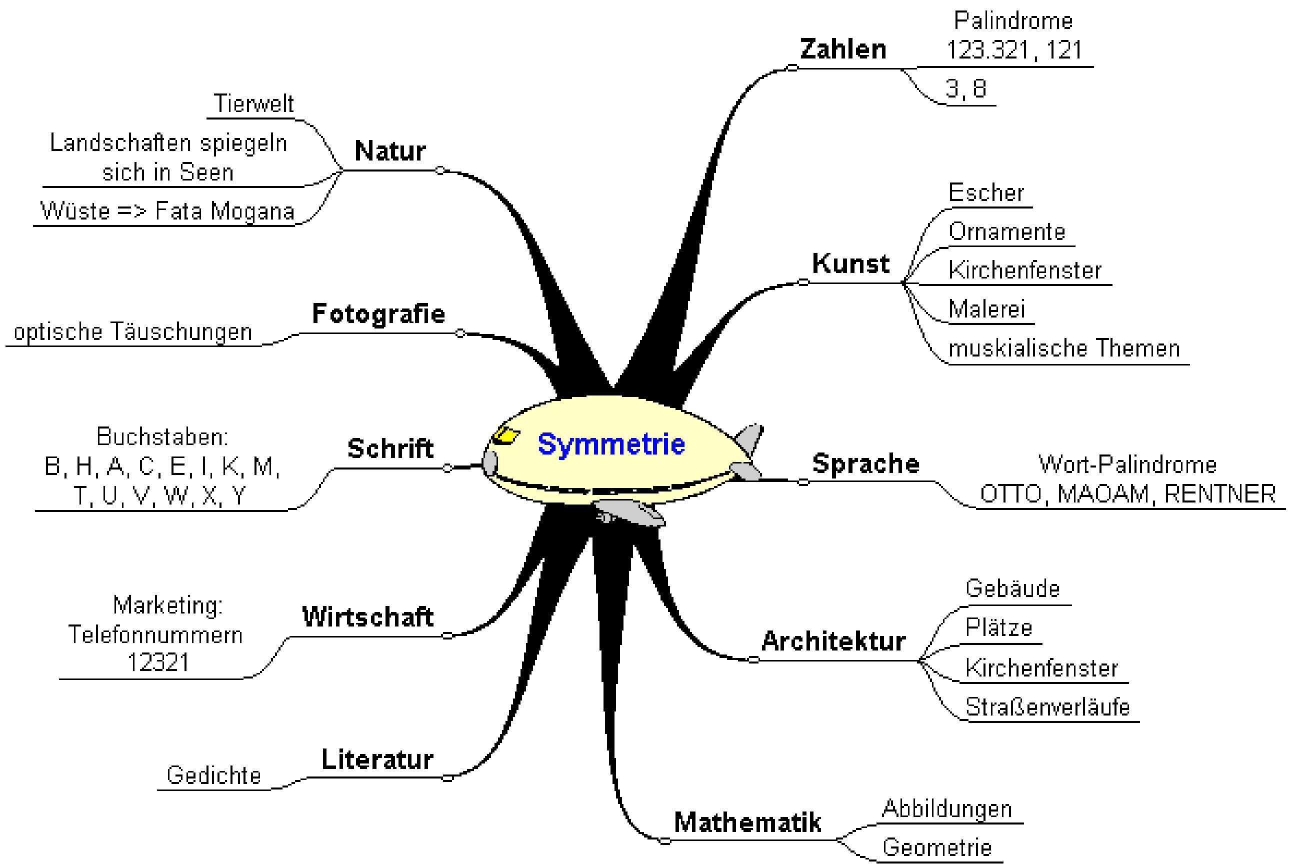
a) Geben Sie eine punkt- und eine achsensymmetrische Funktion an und begründen anhand Ihrer Beispiele, warum die entsprechende Symmetrie vorliegt.

Lösung:

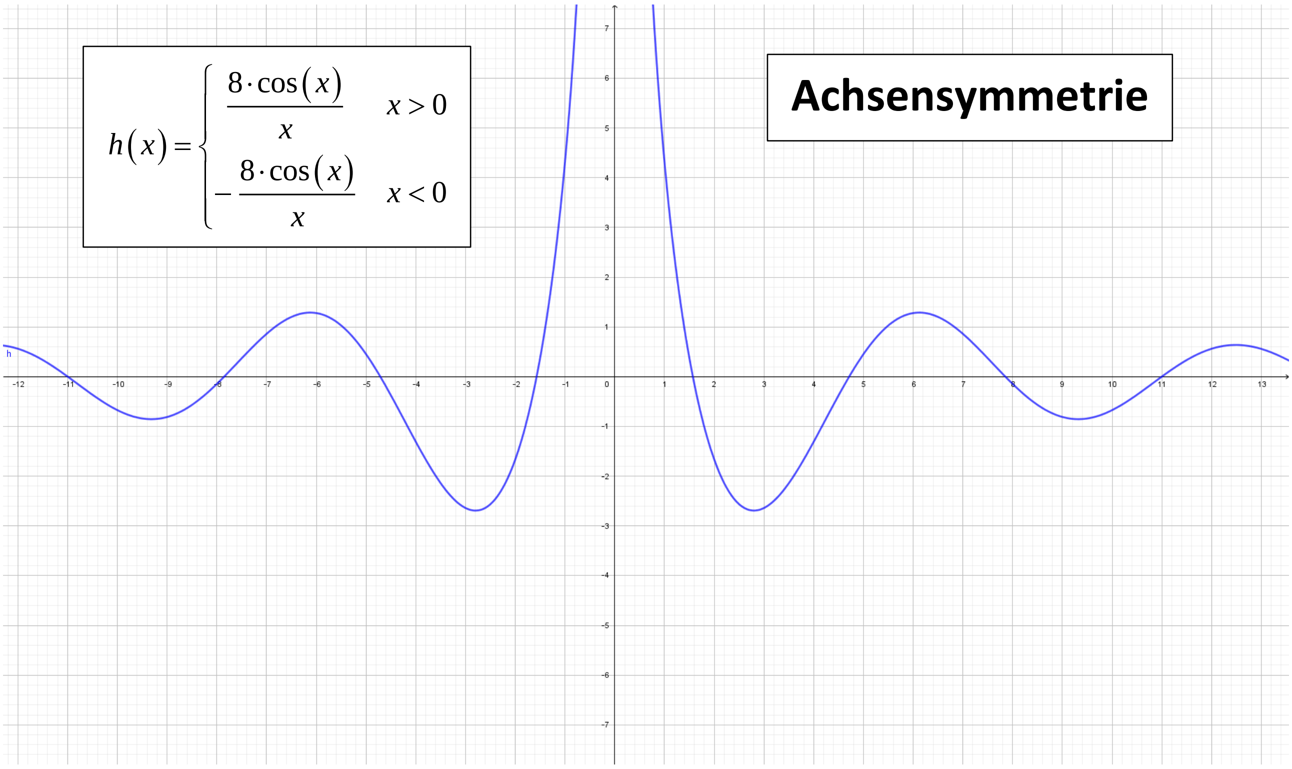
$$Achsensymmetrie: \quad f(-x) = f(x) \leftrightarrow nur\ gerade\ Hochzahlen \leftrightarrow f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_{2k} x^{2k}$$

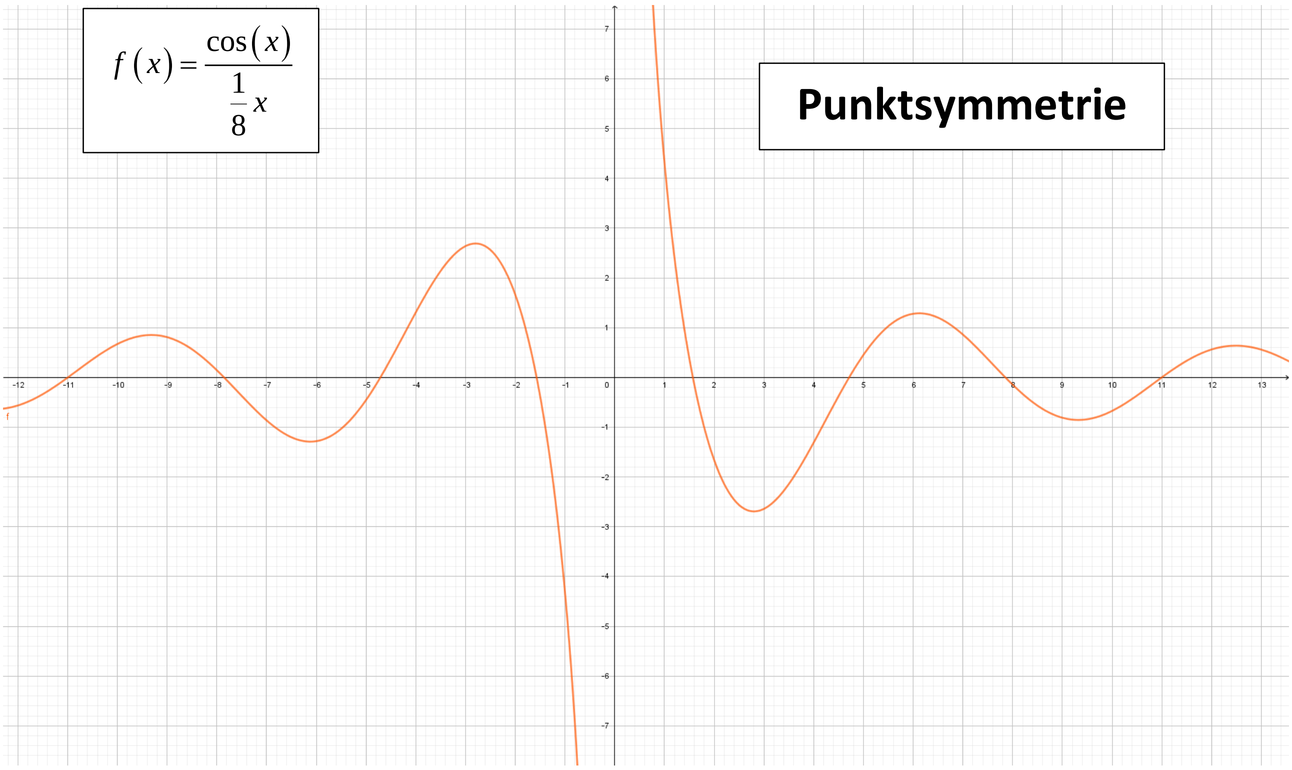
$$Punktsymmetrie: \quad -f(-x) = f(x) \leftrightarrow nur\ ungerade\ Hochzahlen \leftrightarrow f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_{2k+1} x^{2k+1}$$

b) Zeigen Sie anhand dreier Beispiele aus nicht-mathematischen Gebieten symmetrische Sachverhalte auf.



c) Vervollständigen Sie das Schaubild entspr. gewünschter Symmetrie:


$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{8\cdot\cos(x)}{x} & x>0 \\ -\dfrac{8\cdot\cos(x)}{x} & x<0 \end{cases}$$
Achsensymmetrie


$$f(x)=\frac{\cos(x)}{\frac{1}{8}x}$$
Punktsymmetrie