

Thema: Übergangsprozesse und Stat. GG;
Populationsmodelle

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Populationsentwicklungen I

6

Für Populationsentwicklungen sind Übergangsmatrizen gegeben.

Bestimmen Sie die Wachstumsfaktoren im Sinne der zyklischen Entwicklung, erläutern Sie kurz Ihr Ergebnis und geben Sie die Länge des jeweiligen Zyklus an.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Populationsentwicklungen II

10

Gegeben sei die Populationsentwicklung mit Hilfe der Matrix M durch $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c \\ a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und c so, dass sich eine Startverteilung von $\vec{p}_0 = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 500 \\ 100 \end{pmatrix}$

nach zwei Jahren reproduziert: $M^2 \cdot \vec{p}_0 = \vec{p}_0$

Aufgabe 3: Fixvektor oder statisches Gleichgewicht

10

a) Berechnen Sie die Parameter a, b, und c so, dass der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 30 \\ 45 \\ 24 \end{pmatrix}$ ein

Fixvektor (= Vektor des statischen Gleichgewichts) zur Matrix M $M = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & b \\ a & 0,4 & a \\ c & 0,2 & a \end{pmatrix}$ ist.

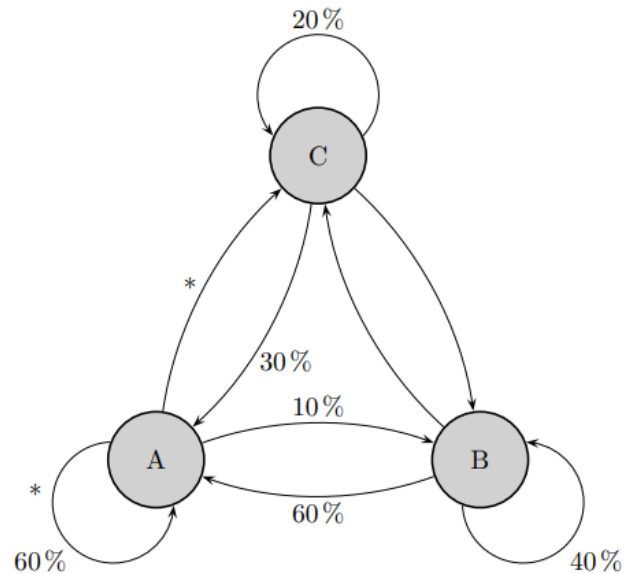
b) Zeigen Sie, dass der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} b \\ 1-a \end{pmatrix}$ ein Fixvektor zur Matrix

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ 1-a & 1-b \end{pmatrix}$ darstellt.

Aufgabe 4: Übergangsvorgänge

In einem Wildreservat untersuchen Wissenschaftler die monatlichen Wanderbewegungen KaulOlme – eine besonders geschützte Wildtierart.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind im Schaubild festgehalten:



- a) Ergänzen Sie das Diagramm und erstellen Sie die Übergangsmatrix.
- b) In einem bestimmten Zeitpunkt ist die Verteilung wie folgt:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Verteilung für die nächsten zwei Monate.

- c) Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht zu dieser Situation.
- d) Die Wissenschaftler kommen zu der Erkenntnis, dass die optimale statische Verteilung

bei $\vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ 250 \\ 240 \end{pmatrix}$ KaulOlmen liegt.

Hierzu sollen die mit (*) markierten Übergänge verändert werden. Prüfen Sie, ob die Umsetzung dieser Erkenntnis möglich ist.

Ansatz: $U \cdot \vec{x} = \vec{x}$

Aufgabe 5: Populationsmodell

Bei einer Tierart werden drei Entwicklungsstufen unterscheiden:

(J)ungtiere – (F)ortpflanzungsfähige Tiere und (A)ltere Tiere, die nicht mehr fortpflanzungsfähig sind.

Es entsteht folgende Matrix: $U = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Zeichnen Sie das zur Matrix U passende Übergangsdiagramm.

Zu Beginn sind lediglich 200 (J)ungtiere vorhanden.

- b) Ermitteln Sie die Werte der jeweiligen Entwicklungsstufen für die nächsten drei Jahre.

ZUSATZFRAGE:

Wie hoch muss der Wert der (F)ortpflanzungsfähige Tiere sein, damit ein zyklisches Verhalten vorliegt?