

**Thema: Untersuchung ganzrationaler Funktionen
(Kurvendiskussion)**

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:

Punkte:

Note:

Aufgabe 1 Untersuchung einer ganzrationalen Funktion

20

 Gegeben ist die Funktionsvorschrift: $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

- Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $f(x)$.
- Berechnen Sie die ersten drei Ableitungen von $f(x)$.
- Ermitteln Sie Art und Lage der Extrempunkte Funktion $f(x)$.
- Legen Sie die Monotonieintervalle fest.
- Untersuchen Sie die Funktion $f(x)$ auf Wendepunkte.

Aufgabe 2 Steigungen und Tangente(n)

10

 Gegeben sei folgende Funktion: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

- Berechnen Sie die Tangente in $x = 3$ an die Funktion
- An welchen Stellen hat die Funktion die Steigung $m = f'(x) = -\frac{3}{4}$?

Aufgabe 3 „Absatzprobleme“

10

Während ihrer umfangreichen Reisetätigkeit mit der Deutschen Bahn AG ist der Ernährungs- und Gesundheitsberaterin Kunigunde Tschieß-Börger aufgefallen, dass ein bemerkenswerter Zusammenhang besteht zwischen der **Höhe h (in cm)** ihrer Stöckelschuhe und der **Wahrscheinlichkeit w(h)** dafür, dass sie ihren Reiskoffer selbst vom Bahnsteig zum Taxi tragen muss.

Der funktionale Zusammenhang zwischen **w und h** kann durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$w(h) = \frac{1}{100}h^2 - 0,16h + 0,9 \quad \text{mit} \quad h \in [0; 10]$$

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit den Koffer selbst tragen zu müssen, **wenn h die Werte der Intervallgrenzen annimmt?**
- Wie hoch darf die Absatzhöhe maximal sein, damit die Wahrscheinlichkeit höchstens 50 % beträgt?
- Bei welcher Absatzhöhe ist die Wahrscheinlichkeit, den Koffer selbst tragen zu müssen, am kleinsten?

Anmerkung: Berechnen Sie auch hier die Wahrscheinlichkeit und zeigen Sie, dass Ihre Lösung ein Minimum darstellt.

Aufgabe 4

Welche Symmetrie liegt vor? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

6	
---	--

(i) $f(x) = -4x^5 + 2x^2 + x - 4$

(ii) $g(x) = -2x^7 + x^3 - 4x$

(iii) $h(x) = -3x^{8(n+1)} + 4x^{2(n-1)}$ mit $n \in \mathbb{N} \wedge n > 1$

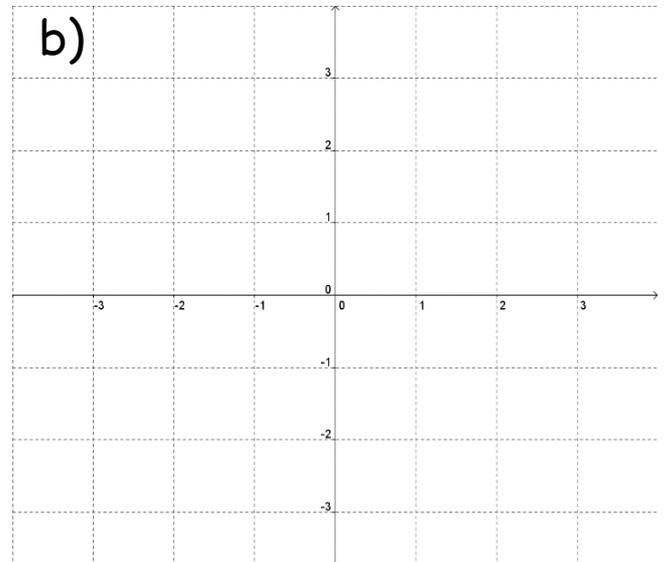
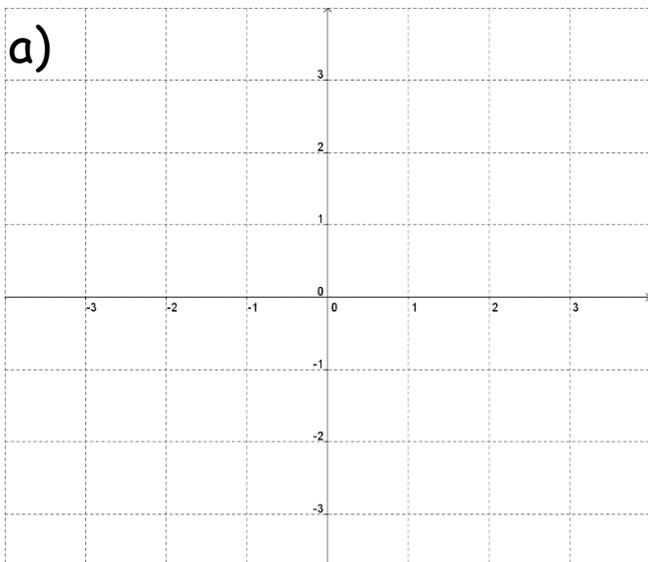
Aufgabe 5

Gibt es solche Funktionen?

6	
---	--

Versuchen Sie den jeweiligen Graphen einer Funktion $f(x)$ mit dem Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$ zu zeichnen, der folgende Eigenschaften hat. Sollte der Graph nicht existieren, so begründen Sie weshalb.

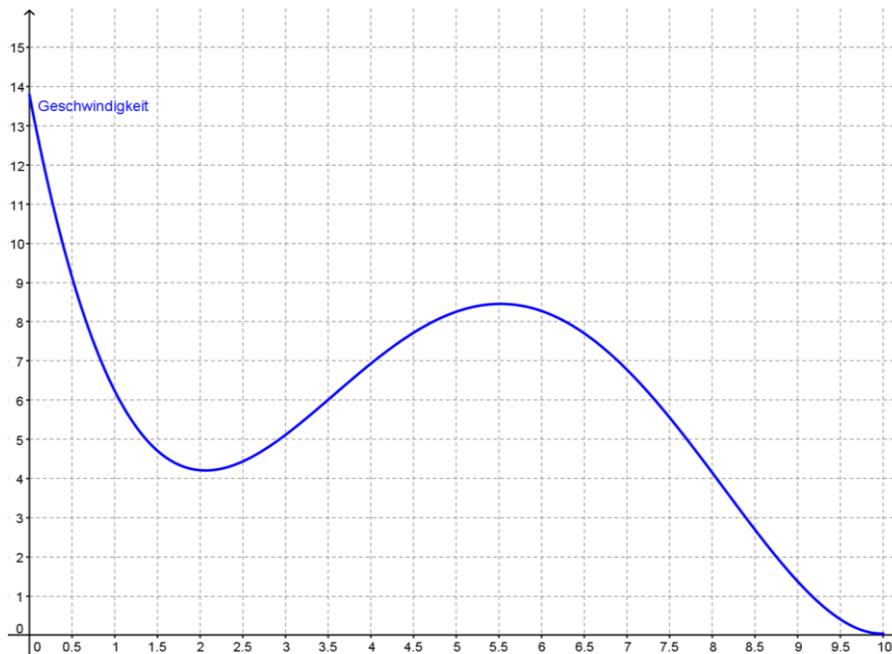
- a) $f(x)$ hat genau einen Wendepunkt und keinen relativen Extrempunkt.
- b) $f(x)$ hat genau einen Wendepunkt, genau einen relativen Hochpunkt und genau einen relativen Tiefpunkt.



Teil 1:

Der Graph zeigt die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs auf einer Teststrecke.

- Woran erkennt man, dass die Geschwindigkeit zu verschiedenen Zeitpunkten unterschiedlich hoch ist?
- Welche Geschwindigkeit besitzt das Fahrzeug zu Beginn?
- Zu welchem Zeitpunkt für $t > 2$ war die Geschwindigkeit am höchsten und wie hoch war sie?
- In welchen Zeiträumen wurde gebremst? In welchem Zeitraum wurde beschleunigt?
- Zu welchem Zeitpunkt war für $t > 3$ der Bremsvorgang maximal?
- Wie ist die Nullstelle bei $t = 10$ für die Situation zu bewerten?



Teil 2:

Von den Ergebnissen der Kurvenuntersuchung zum Graphen

Bei Funktionsuntersuchungen kam es zu folgenden Ergebnissen:

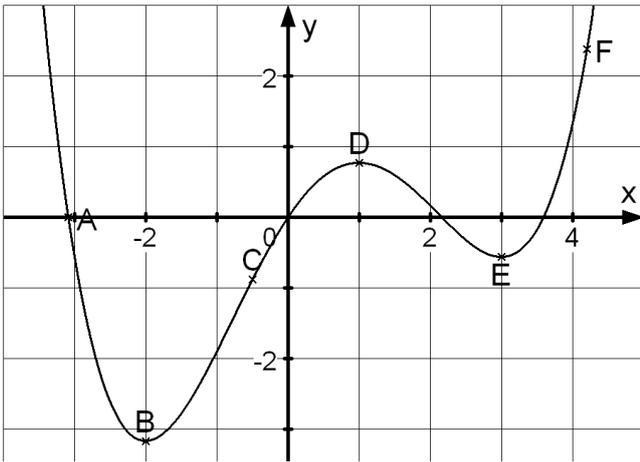
- achsensymmetrisch; Nullstellen bei 4 und -4; $T_1(-2|-3)$, $H(0|3)$, $T_2(2|-3)$, $W_1(1|2)$; $W_2(-1|2)$; $f(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$.
- punktsymmetrisch zum Ursprung, $y_s = 0$; Nullstellen bei -3, 0, 3; keine Extrempunkte, $W(0|0)$; $f(x) \rightarrow \pm\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$.
- nicht symmetrisch, $y_s = 0$; Nullstellen bei 0, 3, 6; $T(1|1,2)$; $H(3|0)$; $f(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$.

Erstellen Sie die zugehörigen Graphen der Funktionen oder begründen Sie, warum eine Zeichnung nicht möglich ist.

Teil 3:

Gegeben ist die Funktion $f(x)$.

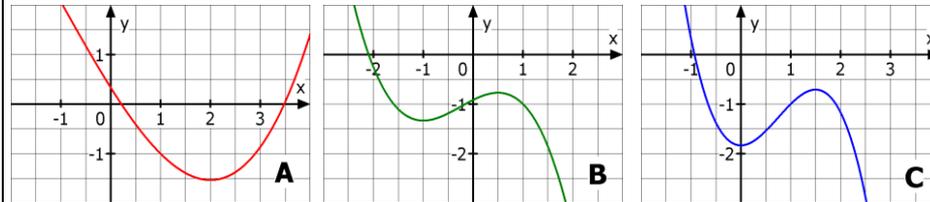
Tragen Sie in der Tabelle ein, ob $f(x)$, $f'(x)$ und $f''(x)$ in den markierten Punkten positiv (>0), negativ (<0) oder Null sind



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
B			
D			
E			
F			

Teil 4:

Für eine Funktion f soll gelten: $f(1) = -1$, $f'(1) = -1$ und $f''(1) < 0$.
Welcher der Graphen A, B oder C erfüllt alle Bedingungen?



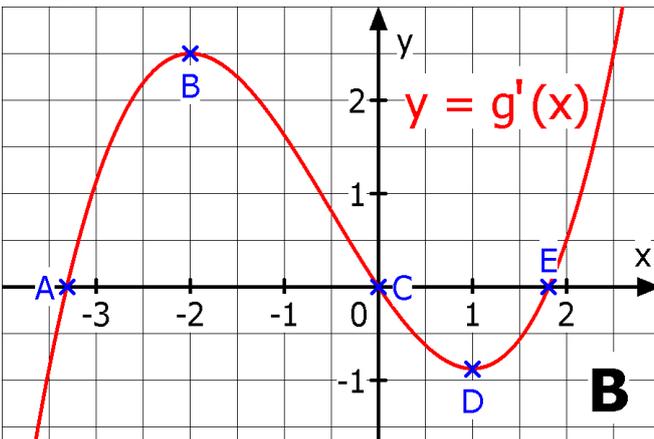
Der gesuchte Graph ist

- A
- B
- C

Teil 5:

Die Abbildung zeigt den **Graphen der Ableitung einer Funktion g** .

Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP) des Graphen von g . Kreuzen Sie in der Tabelle das jeweils korrekte Feld an.



	HP	TP	WP
A			
B			
C			
D			
E			

ZUSATZAUFGABE:

6

Entscheiden Sie, ob die Aussagen zur Funktion f bzw. zu ihrem Graphen (W)ahr oder (F)alsch sind. => **Erklärung der Entscheidung!!!**

Aussage 1: Ist f streng monoton steigend im Intervall I , so ist f' negativ für alle x aus dem Intervall I .

Aussage 2: Ist $f'(2) < 0$, so ist die Funktion f für $x = 2$ monoton fallend.