

Thema: Zahlenmengen, Funktionen (allgemein) und lineare Funktionen, Intervalle

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Zahlenmengen: Zu welcher kleinstmöglichen Zahlenmenge gehören diese Zahlen?

4

Lösung:

$$a) \sqrt{100} = 10 \in \mathbb{N} \quad b) -\sqrt{16} = -4 \in \mathbb{Z} \quad c) \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N} \quad d) \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$$

2.) Intervalle I: Stellen Sie folgende Mengen als Intervall dar

10

Lösung:

$$\begin{aligned} a) \quad A &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3 \text{ und } x \geq -4\} = [-4; 3[\\ b) \quad B &= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 10\} = [-2; 10] \\ c) \quad C &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\} = [1; \infty[\\ d) \quad D &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ und } x \leq -2\} = [-2; 1[\\ e) \quad E &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\} =]-\infty; 7[\end{aligned}$$

Zusatzfrage: Bestimmen Sie das Intervall aus der Menge $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 25\}$.

3

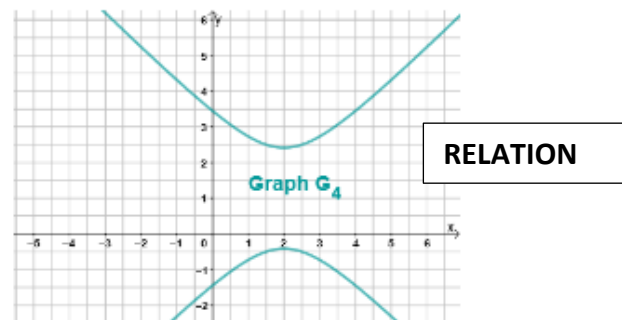
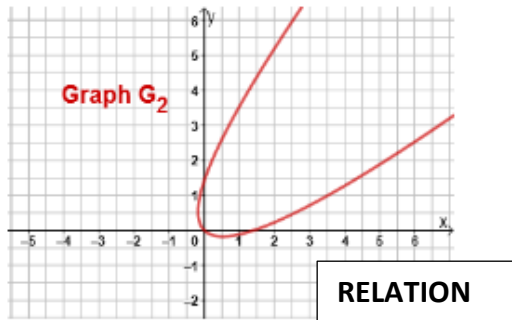
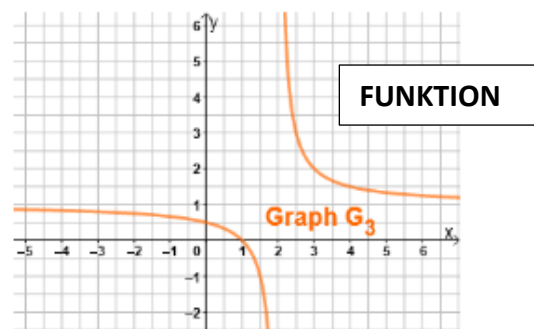
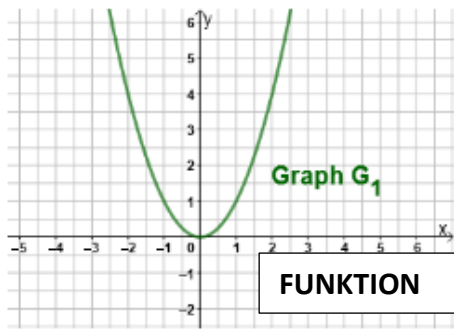
Lösung: $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 25\} = [-5; 5]$

3.) Funktionen

8

Beurteilen Sie die 4 Graphen dahingehend, ob es sich um eine Funktion handelt oder nicht. Bitte begründen Sie kurz Ihre Entscheidung.

Begründung: Bei einer Funktion liegt eine eindeutige Zuordnung vor => ein x-Wert wird genau einem y-Wert – das Problem bei G₂ und G₄ liegt darin, dass zum Teil mehrere y-Werte einem x-Wert zugeordnet wurden.



4.) Lineare Funktionen

14	
----	--

Die allgemeine explizite Funktionsgleichung einer linearen Funktion lautet: $y = mx + b$

Den Graph einer linearen Funktion nennt man auch Gerade .

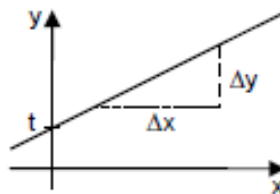
Die Funktionsvorschrift einer Geraden besteht aus zwei wichtigen aussagekräftigen Komponenten:

(1) m Steigung und (2) b y-Achsenabschnitt .

Um eine Gerade aus zwei gegebenen Punkten zu bestimmen benötigt man folgende Darstellung:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Erklären Sie kurz die Bedeutung des mathematischen Ausdrucks $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ und erläutern Sie den Zusammenhang mit der Zeichnung:



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

heißt das Steigungsdreieck mit Δx als Differenz zweier vorgegebener x-Werte und Δy als Differenz zweier vorgegebener y-Werte.

Der Quotient ergibt die Steigung zwischen den beiden Punkten und ist zugleich die Steigung der Geraden bzw. linearen Funktion.

Welche Eigenschaft besitzt eine Gerade, wenn folgendes gilt: $m > 0$

Die Gerade steigt, da die Steigung positiv ist.

Geben Sie nun noch die **beiden anderen Fälle für m** an und erklären Sie die Eigenschaft der Geraden.

(1) **$m = 0$ Die Gerade verläuft horizontal parallel zur x-Achse und besitzt die Steigung 0.** _____

(2) **$m < 0$ Die Gerade fällt, da die Steigung negativ ist.** _____

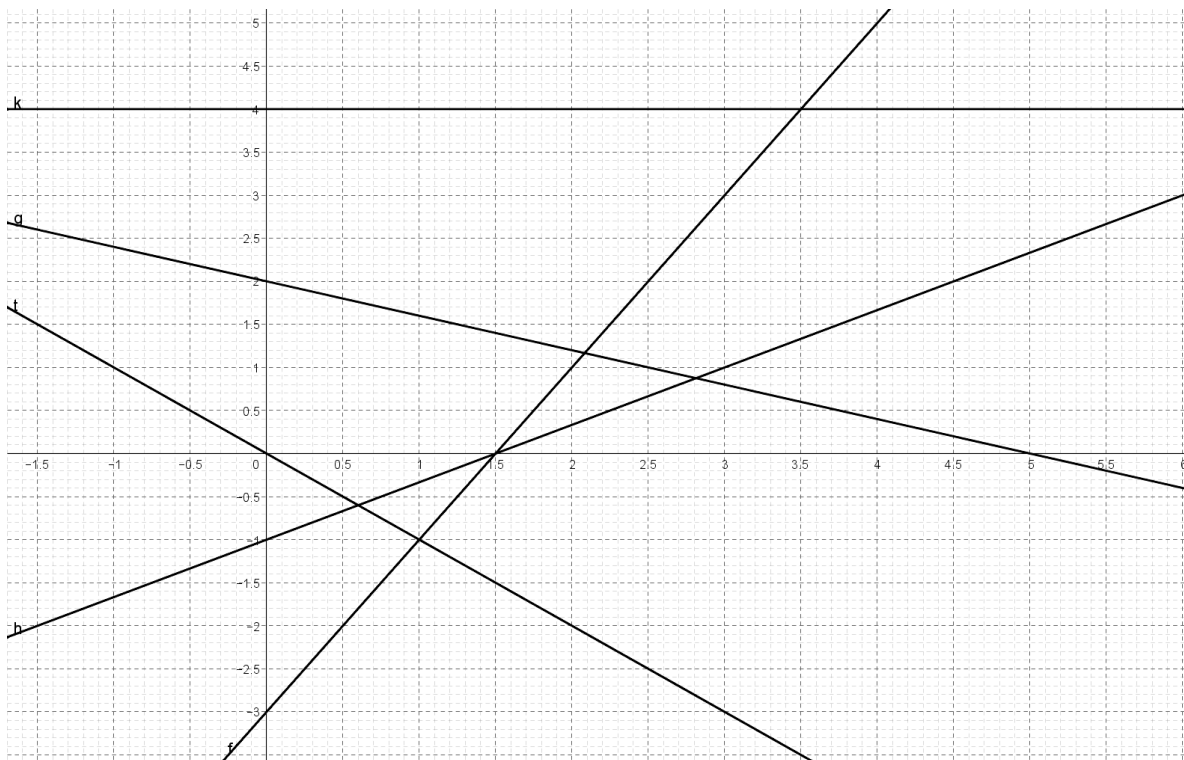
5.) Zeichnen linearer Funktionen

Zeichnen Sie die fünf Geraden in ein Koordinatensystem:

10	
-----------	--

a) $f(x) = 2x - 3$ b) $g(x) = -\frac{2}{5}x + 2$

c) $h(x) = \frac{2}{3}x - 1$ d) $t(x) = -x$ e) $k(x) = 4$



6.) Berechnungen mit/von Geraden

14	
-----------	--

a) Die Gerade $f(x)$ hat den y-Achsenabschnitt 2 und geht durch den Punkt $P(3/2)$.
Wie lautet die Geradengleichung.

$$2 = m \cdot 3 + 2 \xrightarrow{-2} 0 = 3m \xrightarrow{:3} m = 0$$

$$f(x) = 0x + 2 \rightarrow f(x) = 2$$

b) Eine zweite Gerade $g(x)$ verläuft durch die Punkte $S(-2/4)$ und $T(3/5)$.
Wie lautet diese Geradengleichung?

$$\text{Steigungsdreieck: } m = \frac{5-4}{3-(-2)} = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{einsetzen}} 4 = \frac{1}{5} \cdot (-2) + b \rightarrow b = 4,4 \rightarrow f(x) = \frac{1}{5}x + 4\frac{2}{5} = 0,2x + 4,4$$

- c) Eine dritte Gerade hat die Gleichung $h(x) = -3x + 2$
 Von zwei Punkten, die auf der Geraden liegen sollen, ist leider nur jeweils eine Koordinatenkomponente bekannt.

Berechnen Sie die fehlende Koordinate: $U\left(\frac{1}{3} \mid y\right)$ und $V\left(x \mid \frac{9}{4}\right)$

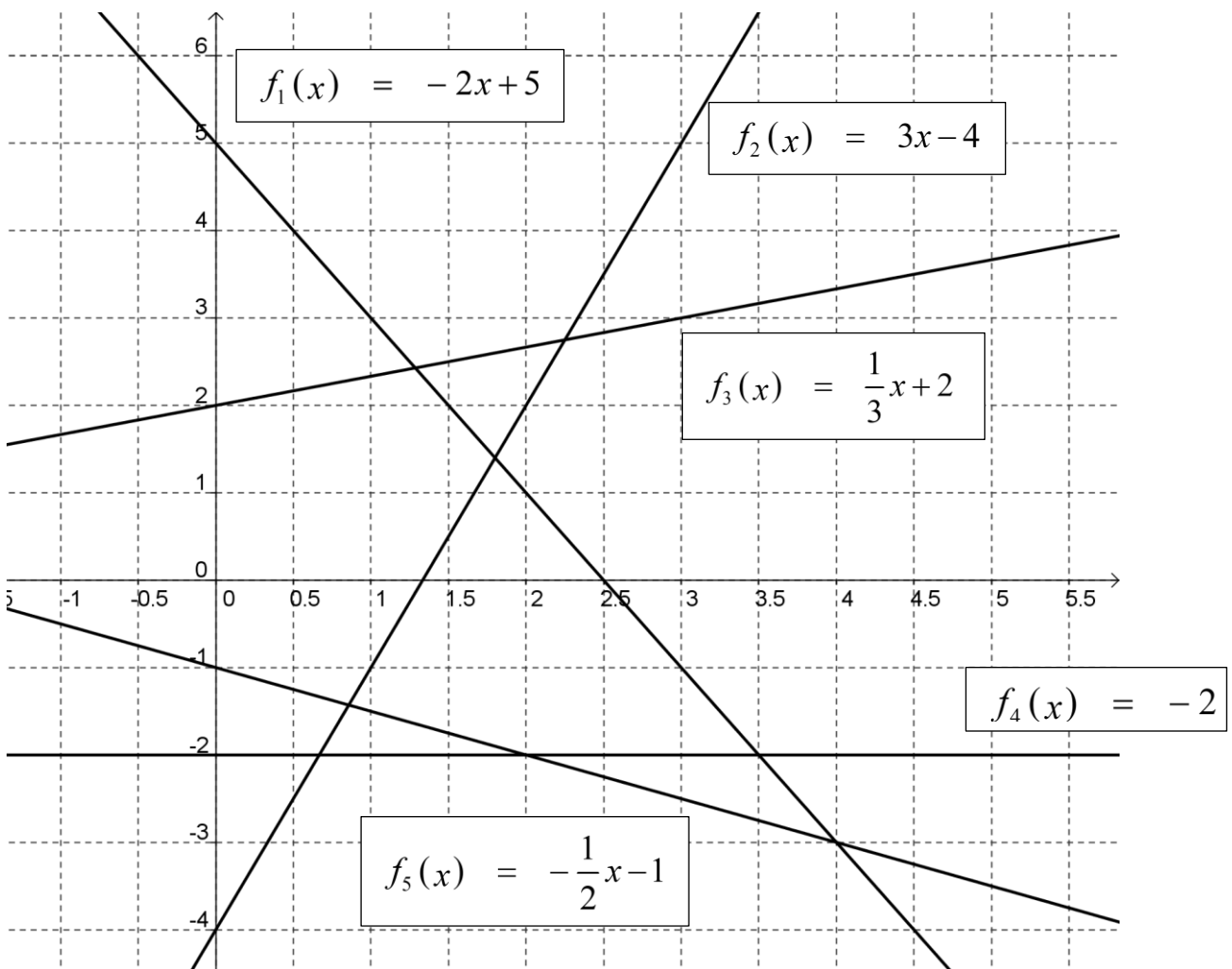
$U\left(\frac{1}{3} \mid y\right)$ und $V\left(x \mid \frac{9}{4}\right)$ mit $h(x) = -3x + 2$

$$h\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \cdot \frac{1}{3} + 2 = -1 + 2 = 1 = y \rightarrow U\left(\frac{1}{3} \mid 1\right)$$

$$\frac{9}{4} = -3x + 2 \xrightarrow{-2} \frac{1}{4} = -3x \xrightarrow{:(-3)} -\frac{1}{12} = x \rightarrow V\left(-\frac{1}{12} \mid \frac{9}{4}\right)$$

7.) Geradengleichungen bestimmen

Bestimmen Sie die Geradengleichungen der hier abgebildeten Graphen



- (1) $f_1(x) = -2x + 5$ (2) $f_2(x) = 3x - 4$ (3) $f_3(x) = \frac{1}{3}x + 2$
 (4) $f_4(x) = -2$ (5) $f_5(x) = -\frac{1}{2}x - 1$