11. Jgst.	**3. Test**	**Datum: 18.11.2022**
Klasse: GY 22a	**Fach: Mathematik (Kernfach)**	

Thema: Ganzrationale Funktionen; Koeffizienten; Symmetrie; Horner-Schema; Nullstellen

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Ganzrationale Funktionen - Koeffizienten

a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_8 = -\frac{1}{2}$ $\quad a_6 = 10$ $\quad a_4 = a_3 = -3$ $\quad a_2 = a_1 = a_0 = 4$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift und geben Sie den Grad der Funktion an.

Lösung: Grad n = 8 $\quad f(x) = -\frac{1}{2}x^8 + 10x^6 - 3x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 4x + 4$

b) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$a_5 = \frac{1}{2}a_1 - a_2$ $\quad a_3 = a_2 = -7$ $\quad a_1 = 2$ $\quad a_0 = -a_1 + a_3$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift und geben Sie den Grad der Funktion an.

Lösung: Grad n = 5 $\quad f(x) = 8x^5 - 7x^3 - 7x^2 + 2x - 9$

c) Welchen Grad und welchen Wert von a_0 hat folgende Funktion:

$$f(x) = x^3(2x^2+1)(x-1)$$

Lösung: Grad n = 6 $\quad a_0 = 0$

d) Welche Koeffizienten und welcher Grad liegen bei diesen Funktionen vor?

(i) $\quad f(x) = 6x^4 - 8x^3 + 4x^2 - 10x + 7$

Lösung: Grad n = 4 $\quad a_4 = 6 \quad a_3 = -8 \quad a_2 = 4 \quad a_1 = 10 \quad a_0 = 7$

(ii) $\quad g(x) = 20x^{30} - 50x^{20} + 80x^{10} - 60$

Lösung: Grad n = 30 $\quad a_{30} = 20 \quad a_{20} = -50 \quad a_{10} = 80 \quad a_0 = -60$

2.) Symmetrie

a) Geben Sie eine punktsymmetrische Funktion an und begründen anhand Ihres Beispiels, warum diese Symmetrie vorliegt.

Lösung: $f(x) = \sum_{k=1}^{n} x^{2k-1}$ $\quad$ ungerade Exponenten; $-f(x) = f(-x)$

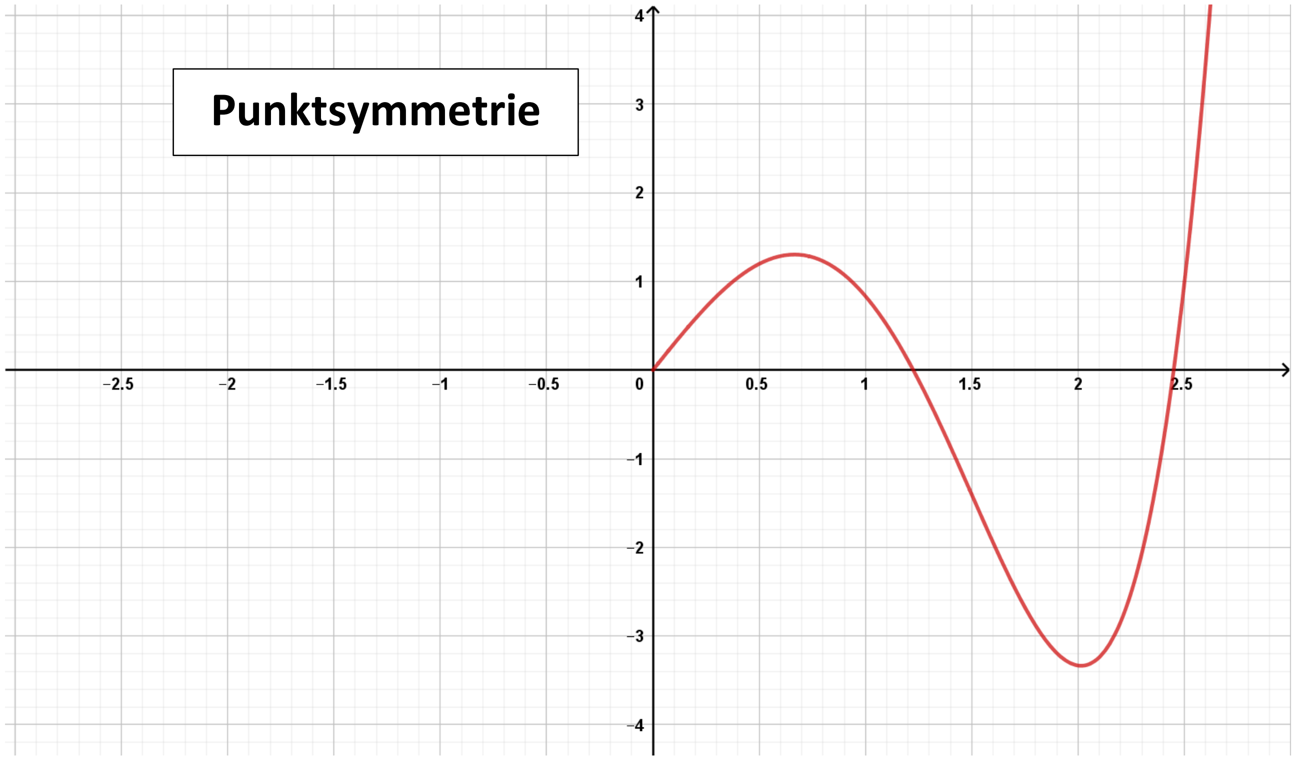
b) Erklären Sie welche Art der Symmetrie aufgrund folgender Bedingung vorliegen muss.

$$f(x) \quad = \quad f(-x)$$

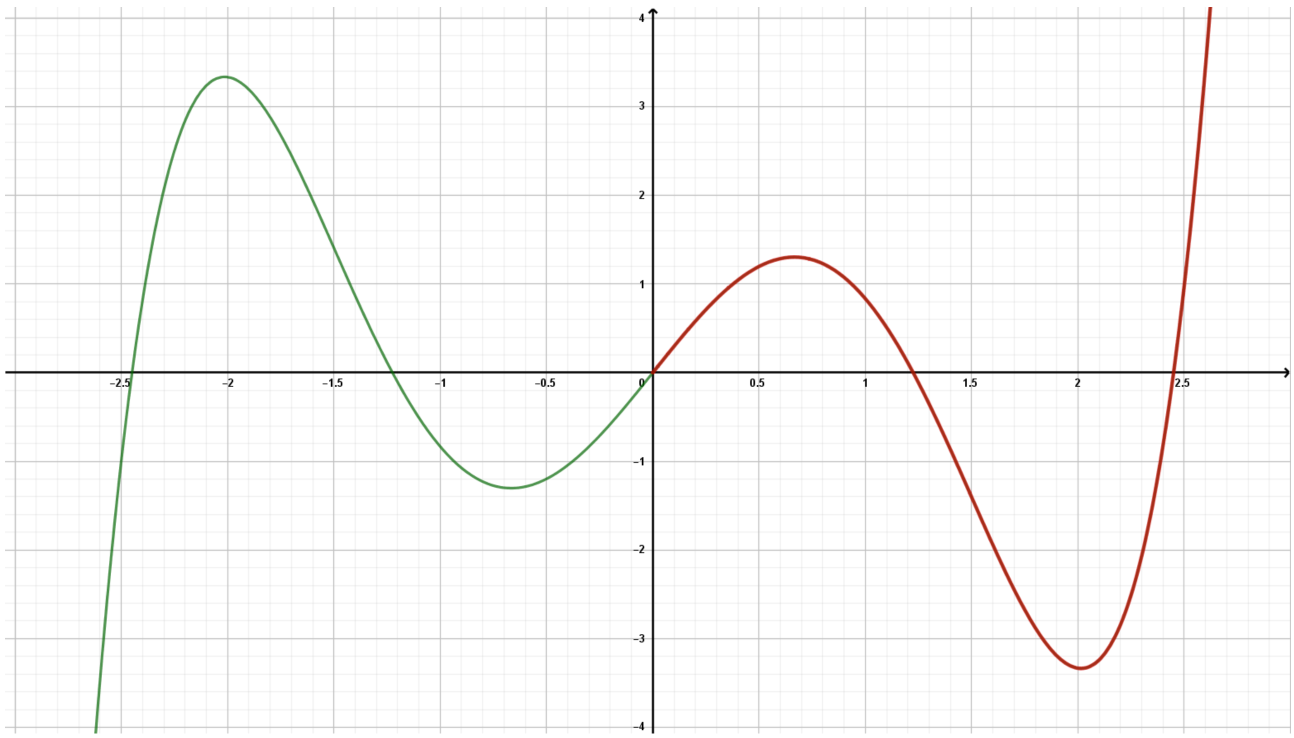
Lösung: Achsensymmetrie, da jeder Funktionswert mit positivem x-Wert mit dem Funktionswert mit dem gleichen negativen x-Wert übereinstimmt.

⇨ Achsenspiegelung an der y-Achse/Ordiante

c) Vervollständigen Sie das Schaubild mit entspr. gewünschter Symmetrie:



Lösung:



3.) **Horner-Schema**

a) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$f(x) = 6x^4 - 8x^3 + 4x^2 - 10x + 7$ an der Stelle x = 2

mit dem Horner-Schema.

Lösung:

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
Wert Koeffizient	**6**	**-8**	**4**	**-10**	**7**
x = 2	**---**	**6*2=12**	**4*2=8**	**12*2=24**	**14*2=28**
Ergebnis	**6**	**4**	**12**	**14**	**35**

Ergebnis: $f(2) = 35$

b) Oh je – hier soll das Horner-Schema verwendet werden, aber leider fehlen ein paar Koeffizienten.

Bitte vervollständigen Sie das Schema und führen Sie die Berechnungen durch.

Wert Koeffizient	**- 2**	**3**	**a_1 = 5**	**a_0 = -4**
x = 2	**---**	**=>-4 => -2*2=-4**	**-1*2=-2**	**3*2 = 6**
Ergebnis	**-2**	**- 1**	**3**	**2**

4.) **Nullstellen bei ganzrationalen Funktionen**

(i) Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Funktionen:

a) $f(x) = x^3 - 4x^2$

Lösung: $f(x) = (x-4)x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 4 \quad und \quad x_2 = 0[doppelt]$

b) $h(x) = (2x-6)(x+4)\left(\frac{1}{3}x - 5\right)$

$h(x) = (2x-6)(x+4)\left(\frac{1}{3}x - 5\right) = 0$

Lösung: $\rightarrow (2x-6) = 0 \quad oder \quad (x+4) = 0 \quad oder \quad \left(\frac{1}{3}x - 5\right) = 0$

$\rightarrow x_1 = 3 \quad oder \quad x_2 = -4 \quad oder \quad x_3 = 15$

(ii) **Erklären Sie den Satz vom Nullprodukt.**

Gilt für ein Produkt a*b = 0 dann besitzt mindestens einer der beiden Faktoren a oder b den Wert 0.