11. Jgst.	3. Test	Datum: 18.11.2022
Klasse: GY 22a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Ganzrationale Funktionen; Koeffizienten; Symmetrie; Horner-Schema; Nullstellen

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

1.) Ganzrationale Funktionen - Koeffizienten

a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:
$a_8 = -2$ $a_6 = 5$ $a_4 = a_3 = -4$ $a_2 = a_1 = a_0 = 6$
Erstellen Sie die Funktionsvorschrift und geben Sie den Grad der Funktion an.

Lösung: Grad n = 8 $f(x) = -2x^8 + 5x^6 - 4x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 6x + 6$

b) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:
$a_5 = 2a_1 - a_2$ $a_3 = a_2 = -5$ $a_1 = 3$ $a_0 = -a_1 - a_3$
Erstellen Sie die Funktionsvorschrift und geben Sie den Grad der Funktion an.

Lösung: Grad n = 5 $f(x) = 11x^5 - 5x^3 - 5x^2 + 3x + 2$

c) Welchen Grad und welchen Wert von a_0 hat folgende Funktion:
$f(x) = x^4(2x-3)(4x^2-1)$

Lösung: Grad n = 7 $a_0 = 0$

d) Welche Koeffizienten und welcher Grad liegen bei diesen Funktionen vor?
(i) $f(x) = 2x^3 - 8x^2 - 7x + 3$

Lösung: Grad n = 3 $a_3 = 2$ $a_2 = -8$ $a_1 = -7$ $a_0 = 3$

(ii) $g(x) = 120x^{32} + 60x^{16} - 40x^8 + 20x^4 - 10$

Lösung: Grad n = 32 $a_{32} = 120$ $a_{16} = 60$ $a_8 = -40$ $a_4 = 20$ $a_0 = -10$

2.) Symmetrie

a) Geben Sie eine achsensymmetrische Funktion an und begründen anhand Ihres Beispiels, warum die entsprechende Symmetrie vorliegt.

Lösung: $f(x) = \sum_{k=0}^{n} x^{2k}$ gerade Exponenten; $f(x) = f(-x)$

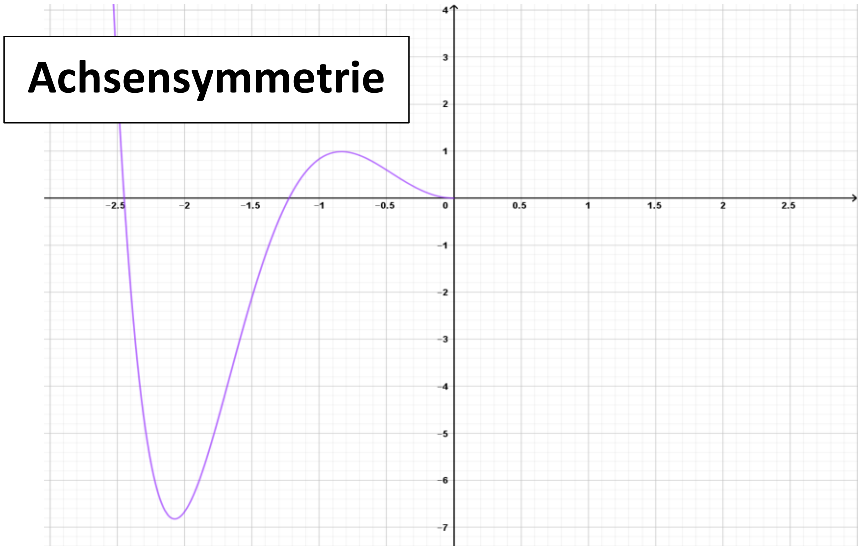
b) Erklären Sie welche Art der Symmetrie aufgrund folgender Bedingung vorliegen muss.

$$-f(x) = f(-x)$$

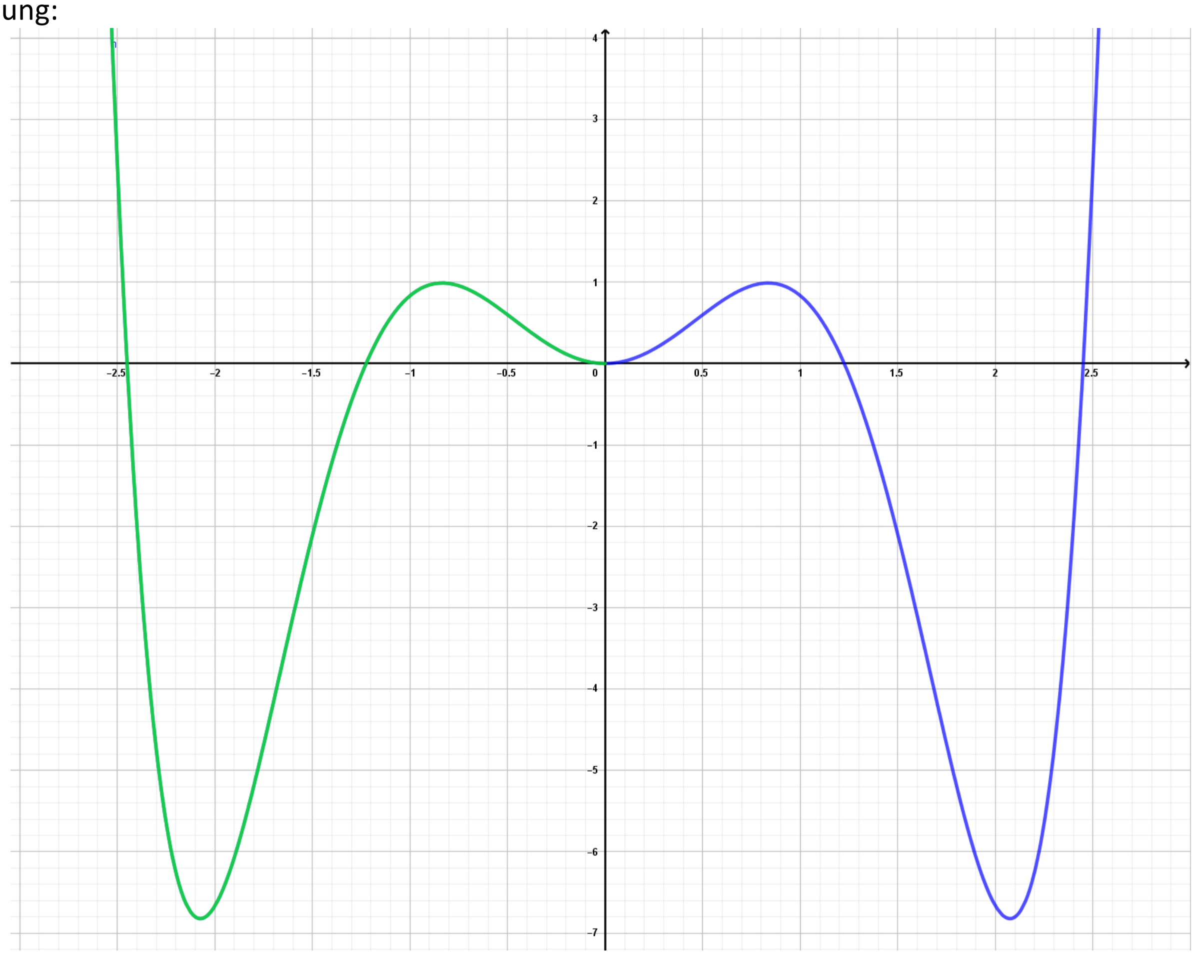
Lösung:

Punktsymmetrie, da jeder Funktionswert mit positivem x-Wert mit dem am Ursprung gespiegelten Funktionswert mit dem gleichen negativen x-Wert übereinstimmt bzw. sich nur durch das Vorzeichen unterscheidet. => Spiegelung am Ursprung

c) Vervollständigen Sie das Schaubild mit entspr. gewünschter Symmetrie:



Lösung:



3.) **Horner-Schema**

a) Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion

$g(x) = -x^4 + 5x^3 - 2x$ an der Stelle x = -3 mit dem Horner-Schema.

Zusatzfrage: ***Was muss hier bei der Verwendung des Horner-Schemas beachtet werden, damit der korrekte Funktionswert ermittelt werden kann?***

Lösung:

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
Wert Koeffizient	**-1**	**5**	**0**	**-2**	**0**
x = -3	**---**	**-1*(-3)=3**	**8*(-3)=-24**	**-24*(-3)=72**	**70*(-3)=-210**
Ergebnis	**-1**	**8**	**-24**	**70**	**-210**

Ergebnis: $f(-3) = 222$

b) Oh je – hier soll das Horner-Schema verwendet werden, aber leider fehlen ein paar Koeffizienten.
Bitte vervollständigen Sie das Schema und führen Sie die Berechnungen durch.

Wert Koeffizient	**4**	**3**	a_1 = **-40**	a_0 = **-7**
x = 3	**---**	**4*3=12**	**15*3=45**	**5*3=15**
Ergebnis	**4**	**15**	**5**	**8**

10	

4.) **Nullstellen bei ganzrationalen Funktionen**

(i) Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Funktionen:

a) $g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 18x^2$

Lösung:

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 18\right)x^2 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 18 = 0 \rightarrow x_{1/2} = \pm 6 \quad und \quad x_3 = 0[doppelt]$$

b) $h(x) = (x-3)(x+4)(2x-4)$

Lösung:

$$h(x) = (x-3)(x+4)(2x-4) = 0$$
$$\rightarrow (x-3) = 0 \quad oder \quad (x+4) = 0 \quad oder \quad (2x-4) = 0$$
$$\rightarrow x_1 = 3 \quad oder \quad x_2 = -4 \quad oder \quad x_3 = 2$$

(ii) **Erklären Sie den Satz vom Nullprodukt.**

Gilt für ein Produkt a*b = 0 dann besitzt mindestens einer der beiden Faktoren a oder b den Wert 0.