11. Jgst.	1. Klassenarbeit	Datum: 21.11.2023
Klasse: GY 23a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Zahlenmengen, Ganzrat. Funktionen, Gleichungen, Intervalle

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Zahlenmengen: Zu welcher kleinstmöglichen Zahlenmenge gehören diese Zahlen? | 4 | |

a) $\sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$

b) $\sqrt[3]{-64} = -4 \in \mathbb{Z}$

c) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}} \in \mathbb{R}$

2.) Stellen Sie folgende Mengen als Intervall dar | 6 | |

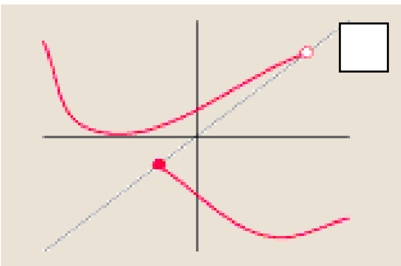
a) $A = \{x \in \Re \mid x \geq 4\} = [4;\infty[$

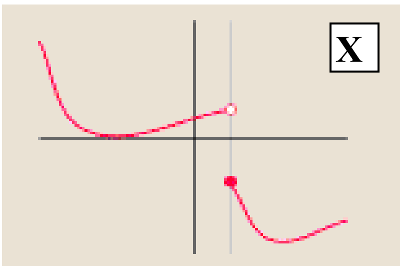
b) $C = \{x \in \Re \mid -5 < x \leq 8\} =]-5;8]$

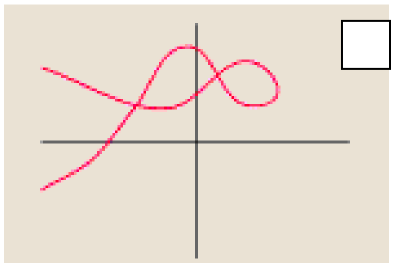
c) $F = \{x \in \Re \mid x < 10\} =]-\infty;10[$

3.) Funktion: Ja oder Nein: | 3 | |

Welche der Schaubilder **stellen Funktionen dar**? Kreuzen Sie diese an!







4.) Abstand und Mittelpunkt | 14 | |

Ermitteln Sie den **Abstand und den Mittelpunkt** zwischen den beiden gegebenen Punkten:

Abstandsberechnung: $e = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

a) P(5 / -4) und Q(11 / 4)

$$e = \sqrt{(11-5)^2 + [4-(-4)]^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

$$x_m = \frac{1}{2}(5+11) = 8 \qquad y_m = \frac{1}{2}(-4+4) = 0 \qquad M(8 \mid 0)$$

b) **P(-4 / 2) und Q(0 / 5)**

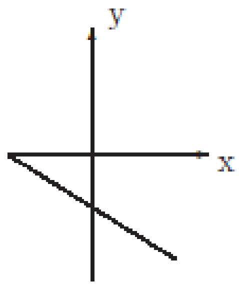
$$e=\sqrt{(-4-0)^2+(2-5)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

$$x_m=\frac{1}{2}(-4+0)=-2 \qquad y_m=\frac{1}{2}(2+5)=\frac{7}{2} \qquad M\left(-2 \;\middle|\; \frac{7}{2}\right)$$

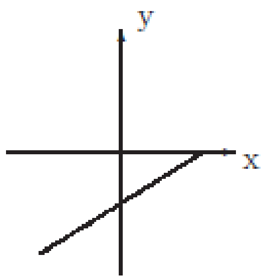
5.) Funktionen erkennen

4

Kreuzen Sie an, welche Funktion jeweils abgebildet ist und begründen Sie Ihre Entscheidung!



- ☐ $f(x)=x+5$
- ☐ $f(x)=-x+5$
- ☐ $f(x)=x-5$
- X $f(x)=-x-5$



- ☐ $f(x)=x+5$
- ☐ $f(x)=-x+5$
- X $f(x)=x-5$
- ☐ $f(x)=-x-5$

Begründung: b< 0 und m < 0

Begründung: b< 0 und m > 0

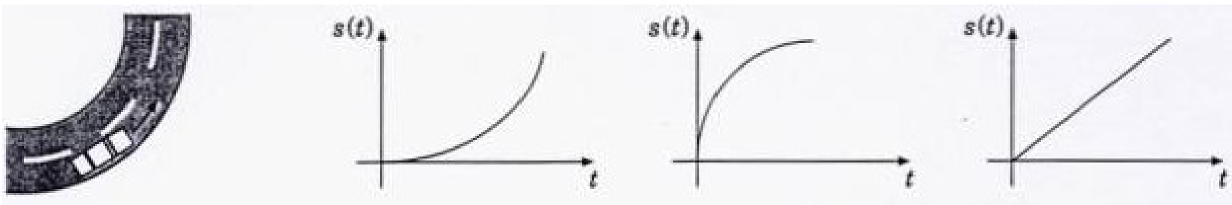
6.) Funktionen und Situationen

4

In der folgenden Aufgabe ist im Bild eine bestimmte Situation dargestellt. Daneben sind einige Funktionsgraphen gezeichnet.

Welcher Graph beschreibt die jeweilige Situation am besten. **Bitte mit Begründung!**

Das Auto fährt mit gleichbleibender Geschwindigkeit; der Funktionswert s(t) gibt den zurückgelegten Weg zum Zeitpunkt t an.



Das 3. Schaubild ist korrekt.
Aufgrund der gleichbleibenden Geschwindigkeit wird pro Zeitdifferenz durch eine gleichförmige Bewegung und damit konstante Weglänge zurückgelegt => lineare Bewegung / linearer Verlauf

7.) Geraden komplett:

40	

a) Geben Sie 2 Punkte an, die auf der Geraden **f(x) = 2x – 1** liegen.
Lösung: ***P(0/-1) und Q(1/1)***

b) Geben Sie eine zu f(x) echt parallele Gerade an. Mit Begründung!

Lösung: $$k(x) = 2x + b \quad mit \quad b \neq -1$$

c) Berechnen Sie den Schnittpunkt zwischen f(x) und **g(x) = - 4x+8** .

Lösung:
$$f(x) = g(x) \quad \rightarrow \quad 2x - 1 = -4x + 8$$
$$\rightarrow \quad 6x = 9 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad y = 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 2 \quad \rightarrow \quad S\left(\frac{3}{2} \middle| 2\right)$$

d) Wie groß ist der **Flächeninhalt**, welche die Gerade g(x) mit den Koordinatenachsen einschließt?

Lösung:
$$g(x) = -4x + 8 \quad \rightarrow \quad g(0) = 8 \quad \rightarrow \quad g(x) = 0 \rightarrow x = 2$$
$$\rightarrow \quad A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = 8$$

e) Geben Sie nun die Funktionsvorschriften der Geraden an, die folgende Eigenschaften besitzen:
(i) Steigung **m = 3** und Ordinatenabschnitt **b = -2**
(ii) Steigung **m = 1** und verläuft durch den Punkt **P(3 / 4)**
(iii) verläuft parallel zu **5x – 10 y = 25** durch den Punkt **Q(1 / -1)**
(iv) hat den Ordinatenabschnitt **b = 10** und geht durch den Punkt **R(8 / 4)**

Lösung:

$$f_1(x) = 3x - 2 \qquad f_2(x) = x + 1 \qquad f_3(x) = 0{,}5x - 1{,}5 \qquad f_4(x) = -\frac{3}{4}x + 10$$

f) Vom Punkt **T(0 / 8)** verläuft eine Gerade im I. Quadranten.
Wo liegt der Schnittpunkt mit der x-Achse und wie lautet die Steigung der Geraden, wenn der Flächeninhalt der Geraden mit den Koordinatenachsen **16 FE** betragen soll?

Lösung:
$$f(0) = 8 \quad \rightarrow \quad f(x) = 0 \rightarrow x = ?$$
$$\rightarrow \quad A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 8 = 16 \quad \rightarrow \quad x = 4 \quad \rightarrow \quad m = -2$$

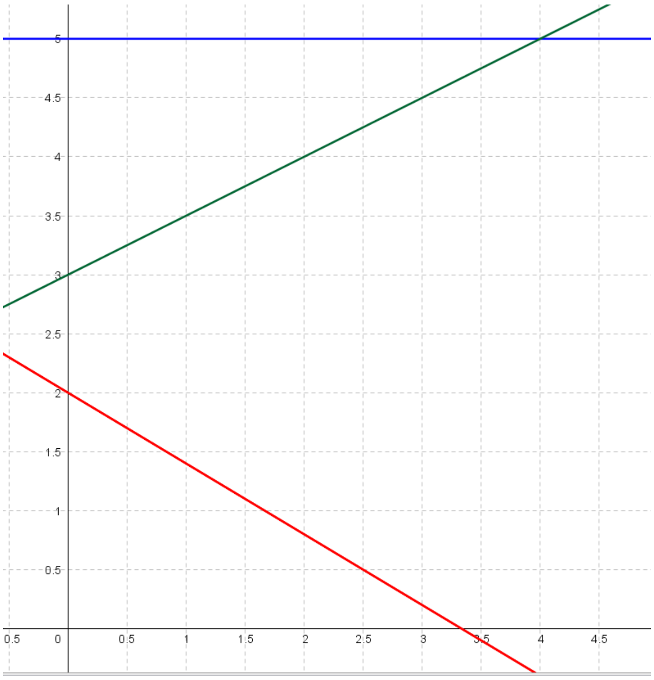
8.) **Zeichnen linearer Funktionen** 6

Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x+3$

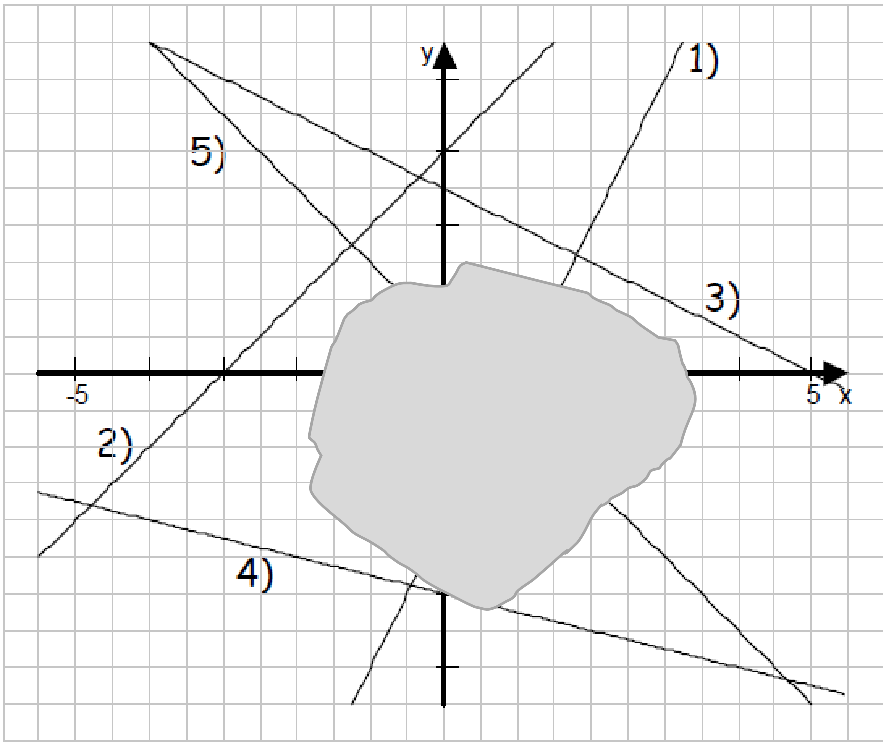
b) $g(x) = -\frac{3}{5}x+2$

c) $k(x) = 5$



9.) **Funktionsvorschriften bestimmen** 10

Oh je, da ist mir die Zeichnung leider durch einen großen Kaffeefleck etwas beschädigt worden. Bestimmen Sie dennoch die Funktionsvorschriften der abgebildeten Graphen.



Lösung: Geradengleichungen

1.) $f_1(x) = 2x-2$ 2.) $f_2(x) = x+3$ 3.) $f_3(x) = -\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

4.) $f_4(x) = -\frac{1}{4}x-3$ 5.) $f_5(x) = -x+\frac{1}{2}$

10	

10.) **Horner-Schema**

a) **Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion**

$g(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ **an der Stelle x = -2 mit dem Horner-Schema.**

Wert Koeffizient	**-1**	**2**	**-3**	**4**
x = -2		**2**	**-8**	**22**
Ergebnis	**-1**	**4**	**-11**	**26**

b) **Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion**

$g(x) = x^4 + 3x^2 - 8x$ **an der Stelle x = 3 mit dem Horner-Schema.**

Wert Koeffizient	**1**	**0**	**3**	**-8**	**0**
x = 3		**3**	**9**	**36**	**84**
Ergebnis	**1**	**3**	**12**	**28**	**84**

11.) **Ganzrationale Funktionen**

16	

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktionen mit geeigneten Verfahren Ihrer Wahl:

a) $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$

Lösung:

$$\left(x^2 + x - 2\right)x = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0 \quad und \quad x_{2/3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = 1 \quad \rightarrow \quad x_3 = -2$$

b) $f(x) = x^3 + 4x^2$

Lösung: $(x+4)x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0\,[doppelt] \quad und \quad x_2 = -4$

c) $f(x) = x^{10} + x^9 - 110x^8$

Lösung:

$$\left(x^2 + x - 110\right)x^8 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0\,[achtfach] \quad und \quad x_{2/3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+440}}{2} = \frac{-1 \pm 21}{2} \quad \rightarrow \quad x_9 = 10 \quad \rightarrow \quad x_{10} = -11$$

d) $f(x) = x^4 - 16$

Lösung: $x^4 - 16 = 0 \quad \rightarrow \quad x^4 = 16 \quad \rightarrow \quad x_1 = 2 \quad und \quad x_2 = -2$

12.) Von der Lösung zur Gleichung – Satz vom Nullprodukt

7	

Für welchen Wert von k hat die Gleichung u.a. die Lösung x = 8?

$$(14x+70)\left(\frac{1}{4}kx-12\right) \quad = \quad 0$$

Wie lautet die zweite Lösung der Gleichung?

Lösung:

$$\frac{1}{4}k\cdot x-12 \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4}k\cdot 8-12 \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad 2k-12 \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad k=6$$

$$14x+70 \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad 14x \quad = \quad -70 \quad \rightarrow \quad x \quad = \quad -5$$

13.) Lösungen ohne Formel!!!

12	

Bestimmen Sie die Lösungen ohne Lösungsformel 😉

a) $x\cdot(x-2)=0$ ***Lösung:*** $x\cdot(x-2)=0 \quad \rightarrow \quad x=0 \quad und \quad x=2$

b) $(x+3)\cdot(x-2)=0$ ***Lösung:*** $(x+3)\cdot(x-2)=0 \quad \rightarrow \quad x=-3 \quad und \quad x=2$

c) $7x\cdot(2x-8)=0$ ***Lösung:*** $7x\cdot(2x-8)=0 \quad \rightarrow \quad x=0 \quad und \quad x=4$

d) $\frac{17}{3}\cdot(z^2-121)=0$ ***Lösung:*** $\frac{17}{3}\cdot(z^2-121)=0 \quad \rightarrow \quad z=11 \quad und \quad z=-11$

<u>Zusatzaufgabe:</u>

6	

Bestimmen Sie die Zahlenwerte für die Smylies, damit die Gleichungen stimmen.

😛 + 😟 = 19 **😛 × 😟 = 60** **😟 − 😛 = 11**

Lösung: Lachender Smiley: 4 Trauriger Smiley: 15