11. Jgst.	2. Test	Datum: 13.10.2023
Klasse: GY 23a	Fach: Mathematik (Kernfach)	

Thema: Lineare Funktionen; Abstand; Mittelpunkt; Heron-Verfahren; Lagebeziehungen

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Geradengleichung, Abstand und Mittelpunkt **10**

Gegeben sind die Punkte **P(-3/6)** und **Q(2/9)**.

a) Ermitteln Sie den Wert des Steigungsdreiecks **und** die Geradengleichung durch die beiden Punkte.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts der Strecke $\left|\overline{PQ}\right|$

Lösung:

Steigungsdreieck :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow m = \frac{9-6}{2-(-3)} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$y = mx+b \rightarrow 9 = 0{,}6\cdot 2+b \rightarrow 7{,}8 = b \rightarrow y = 0{,}6x+7{,}8$$

oder :

$$y = mx+b \rightarrow 9 = \frac{3}{5}\cdot 2+b \rightarrow \frac{39}{5} = b \rightarrow y = \frac{3}{5}x+\frac{39}{5}$$

Mittelpunkt:

$$x_m = \frac{1}{2}(-3+2) = -0{,}5 \quad und \quad y_m = \frac{1}{2}(6+9) = 7{,}5 \rightarrow M(-0{,}5 \mid 7{,}5)$$

2.) Heronverfahren **6**

a) Wo lebte Heron?

b) Berechnen Sie den Wert von $\sqrt{85}$ mit dem Heron-Verfahren.
Ein Iterationsschritt genügt.

Lösung:

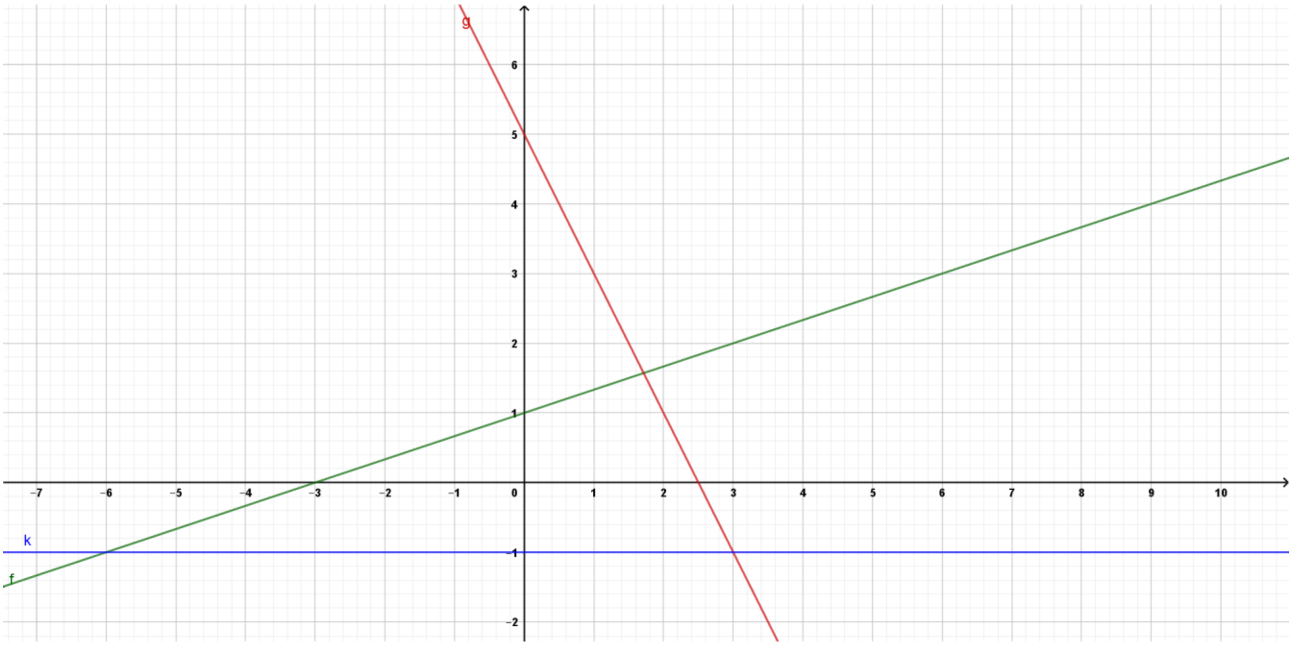
Heron von Alexandria (Ägypten):

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n+\frac{a}{x_n}\right) \xrightarrow{Startwert: 9} x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(9+\frac{85}{9}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{81}{9}+\frac{85}{9}\right) = \frac{83}{9} \approx 9{,}222$$

3.) **Zeichnen linearer Funktionen** | 6 | |

Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x) = \frac{1}{3}x+1$ b) $g(x) = -2x+5$ c) $k(x) = -1$



4.) **Berechnungen mit/von Geraden** | 18 | |

a) Die Gerade f(x) hat den **y-Achsenabschnitt 6** und geht durch den Punkt **P(- 2/3)**.
Wie lautet die Geradengleichung.

Lösung:

$$f(x) = mx+b \rightarrow 3 = m\cdot(-2)+6 \rightarrow m = \frac{3}{2} \rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x+6$$

b) Die Gerade g(x) hat die **Steigung m = 4** und geht durch den Punkt **Q(1/5)**.
Wie lautet die Geradengleichung.

Lösung:

$$g(x) = mx+b \rightarrow 5 = 4\cdot 1+b \rightarrow b = 1 \rightarrow g(x) = 4x+1$$

c) Die Gerade h(x) verläuft parallel zur Geraden 2x-4y+2 = 6y und durch den Punkt **T(0/5)**

Lösung:

$$parallel\ zu: \ 2x-4y+2=6y \rightarrow 2x+2=10y \rightarrow 0{,}2x+0{,}2=y$$

$$h(x) = mx+b \rightarrow 5 = 0{,}2\cdot 0+b \rightarrow b = 5 \rightarrow h(x) = 0{,}2x+5$$

d) Eine vierte Gerade hat die Gleichung **w(x) = - 2x + 8**

Prüfen Sie, ob die Punkte auf der Geraden liegen: $U\left(\frac{1}{2}\middle|7\right) \quad und \quad V\left(\frac{3}{4}\middle|7\right)$

und vervollständigen Sie den Punkt Z: **Z(x/20)**

Lösung:

$$w\left(\frac{1}{2}\right) = -2\cdot\frac{1}{2}+8 = 7 \rightarrow U \in w(x)$$

$$w\left(\frac{3}{4}\right) = -2\cdot\frac{3}{4}+8 = 6,5 \neq 7 \rightarrow V \notin w(x)$$

$$Z(x\mid 20) \rightarrow 20 = -2\cdot x+8 \rightarrow 12 = -2\cdot x \rightarrow x = -6 \rightarrow Z(-6\mid 20)$$

10	

5.) Lagebeziehungen von Geraden zueinander

a) Welche möglichen Lagebeziehungen von Geraden kennen Sie?

b) Geben Sie zwei Geraden an, die echt parallel zueinander verlaufen.

c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt zwischen den beiden Geraden:

$$t(x)=3x-4 \quad und \quad f(x)=-\frac{1}{2}x+10$$

Lösung:

a) echt parallel; gleich/identisch; Schnitt

b) m muss gleich sein und b verschieden

$$\rightarrow \quad y=2x+1 \quad und \quad g(x)=2x+2$$

$$c) \quad t(x)=3x-4 \quad und \quad f(x)=-\frac{1}{2}x+10$$

$$\rightarrow \quad t(x)=f(x) \rightarrow 3x-4 = -\frac{1}{2}x+10 \rightarrow \frac{7}{2}x = 14 \rightarrow x = 4$$

$$\rightarrow \quad t(4)=3\cdot 4-4 = 8 \rightarrow S(4\mid 8)$$

4	

Zusatzaufgabe: **Punkte berechnen**

Der Mittelpunkt zwischen den beiden Punkten **W**(x/y) und **Z(-2/7)** lautet **M(4/11)**.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes W.

Lösung:

$$Gesucht: \; W(x\mid y) \qquad Gegeben: \; Z(-2\mid 7) \quad und \quad M(4\mid 11)$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow x_m=\frac{1}{2}(x_Z+x_W) \rightarrow 4=\frac{1}{2}(-2+x_W) \rightarrow 8=-2+x_W \rightarrow 10=x_W \\ \rightarrow y_m=\frac{1}{2}(y_Z+y_W) \rightarrow 11=\frac{1}{2}(7+y_W) \rightarrow 22=7+y_W \rightarrow 15=y_W \end{array}\right\} W(10\mid 15)$$