

Thema: Differenzen- & Differenzialquotient;
Steigung; Erweitertes Distributivgesetz

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

1.) Pascalsches Dreieck

18

- a) Erklären Sie die Bildung und Entwicklung der Koeffizienten und stellen Sie die ersten 6 Zeilen dar.

Grad	Term	Koeffizienten des Pascalschen Dreiecks
n = 0	$(a + b)^0$	1
n = 1	$(a + b)^1$	1 1
n = 2	$(a + b)^2$	1 2 1
n = 3	$(a + b)^3$	1 3 3 1
n = 4	$(a + b)^4$	1 4 6 4 1
n = 5	$(a + b)^5$	1 5 10 10 5 1
n = 6	$(a + b)^6$	1 6 15 20 15 6 1

- b) Wie lautet der Ausdruck $(x + 5)^4$ in ausmultiplizierter Form?

$$(x + 5)^4 = x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot 5 + 6 \cdot x^2 \cdot 5^2 + 4 \cdot x \cdot 5^3 + 5^4$$

$$(x + 5)^4 = x^4 + 20x^3 + 150x^2 + 500x + 625$$

- c) Bestimmen Sie den Ausdruck $\left(\frac{1}{2}x - 4\right)^3$

$$\left(\frac{1}{2}x - 4\right)^3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^3 \cdot (-4)^0 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \cdot (-4)^1 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^1 \cdot (-4)^2 + 1 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^0 \cdot (-4)^3$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 4\right)^3 = \frac{1}{8}x^3 - 3x^2 + 24x - 64$$

2.) Differenzenquotient

a) Berechnen Sie den Differenzenquotient bei $x = 3$ bei der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 \text{ und bestimmen Sie den Wert der Steigung an der}$$

Stelle $x = 3$.

x	4	3,1	3,01
$f(x) = \frac{1}{2}x^4$	128	46,176	41,0427
m_{Sek}	$\frac{128 - 40,5}{4 - 3} = 87,5$	$\frac{46,176 - 40,5}{3,1 - 3} = 56,76$	$\frac{41,0427 - 40,5}{3,01 - 3} = 54,27$

$$NR: f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^4 = 40,5$$

b) Rudi Halb-Stark hat versucht den allgemeinen Ausdruck für die Steigung der

Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^4$ in einem beliebigen Punkt mit dem Ansatz

$$m = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ zu ermitteln.}$$

Leider sind die Zeilen etwas durcheinandergeraten, so dass Sie gebeten werden, Hand anzulegen und die Sache zu bereinigen 😊

Erklären Sie auch kurz den jeweiligen Rechenschritt.

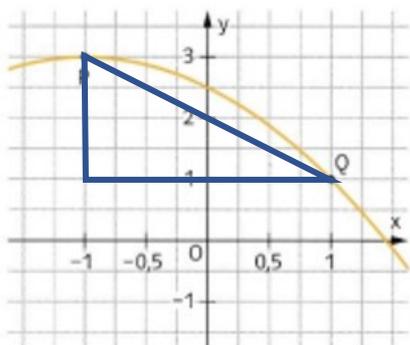
Nummer	Rechenausdruck	Rechenoperation/Vorgang
1	$m = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{mit} \quad f(x) = \frac{1}{2}x^4$	Ausgangssituation
6	$m = \frac{h \left(2x^3 + 3x^2h + 2xh^2 + \frac{1}{2}h^3 \right)}{h}$	Ausklammern von h
5	$m = \frac{2x^3h + 3x^2h^2 + 2xh^3 + \frac{1}{2}h^4}{h}$	Verrechnen gleichartiger Terme
4	$m = \frac{\frac{1}{2}x^4 + 2x^3h + 3x^2h^2 + 2xh^3 + \frac{1}{2}h^4 - \frac{1}{2}x^4}{h}$	Ausmultiplizieren

2	$m = \frac{\frac{1}{2}(x+h)^4 - \frac{1}{2}x^4}{h}$	Einsetzen von x+h in Funktionsterm und Bildung des Differenzenquotienten
8	$m_{\text{tan}} = 2x^3$	Ergebnis => Steigung
7	$m_{\text{tan}} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(2x^3 + 3x^2h + 2xh^2 + \frac{1}{2}h^3 \right)$	Grenzwertübergang für h => 0
3	$m = \frac{\frac{1}{2}(x^4 + 4x^3h + 6x^2h^2 + 4xh^3 + h^4) - \frac{1}{2}x^4}{h}$	Auflösen de Potenz n = 4

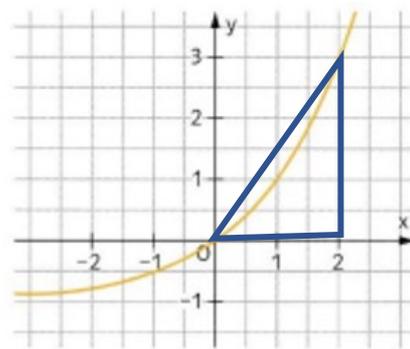
10

3.) Differenzenquotient

Bestimmen Sie den jeweiligen Differenzenquotienten im vorgegebenen Intervall **grafisch-geometrisch und rechnerisch**.



$I = [-1; 1]$



$I = [0; 2]$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{-1-1} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2} = 1,5$$

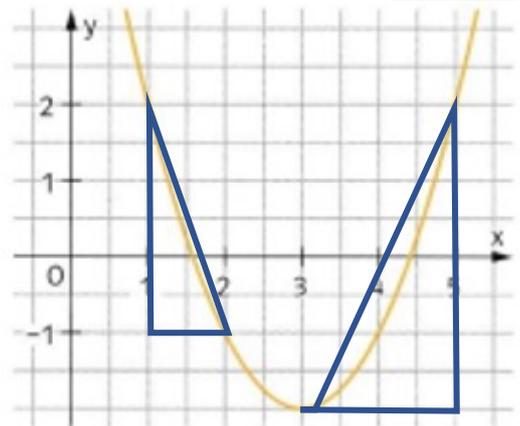
4.) Differenzenquotient - entscheiden

Teil 1:

Das Schaubild zeigt den Graphen einer Funktion f.

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen (w)ahr oder (f)alsch sind

und begründen Sie durch grafische Ergänzung der Sekante Ihre Entscheidung.

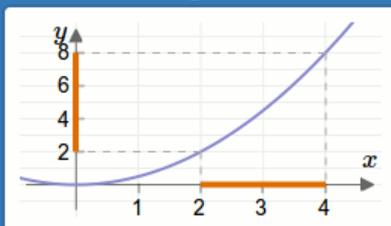


1. Im Intervall [3; 5] ist der Differenzenquotient 4.
2. Im Intervall [2; 4] ist der Differenzenquotient 0.
3. Im Intervall [1; 2] ist der Differenzenquotient negativ.
4. Der Differenzenquotient im Intervall [1; 4] kann nicht bestimmt werden.

w	f
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="radio"/>

Teil 2:

Betrachte die folgende Grafik

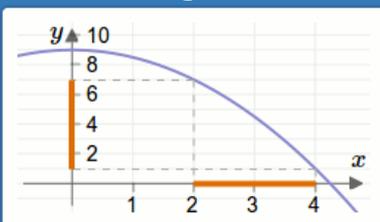


Wie lautet die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2$ im Bereich zwischen $x = 2$ und $x = 4$?

Wähle die zutreffende Antwort aus:

- 3
- 4
- 6
- 2

Betrachte die folgende Grafik



Wie lautet die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = 9 - \frac{1}{2} \cdot x^2$ im Bereich zwischen $x = 2$ und $x = 4$?

Wähle die zutreffende Antwort aus:

- 4
- 3
- 3
- 4