

# Mittelwerte und Streuungsmaße bei Einzelwerten, Klassen und stetigen Werten

	Einzelwerte (vorwiegend diskret)	Klassierte Werte
Arithmetisches Mittel	<p><b>Einzelwerte:</b> <math>\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i</math></p> <p><b>Gewichtet auf Basis relativer Häufigkeit:</b></p> $\bar{x} = \sum_{i=1}^k \left( x_i \cdot \frac{n_i}{n} \right) = \sum_{i=1}^k (x_i \cdot p_i)$ <p>mit <math>p_i = \frac{n_i}{n}</math> = relative Häufigkeit</p>	$\bar{x} = \sum_{i=1}^k \left[ (x_i)_m \cdot \frac{n_i}{n} \right] = \sum_{i=1}^k \left[ (x_i)_m \cdot p_i \right]$ <p>mit <math>(x_i)_m</math> als Klassenmitte der Klasse i</p> <p>und <math>p_i = \frac{n_i}{n}</math> = relative Häufigkeit der Klasse i</p>
Median / Zentralwert	$\bar{x}_M = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \left( x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases}$	$\bar{x}_M \Rightarrow \bar{x}_{0,5} = [a ; b] \rightarrow \bar{x}_{0,5} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,5 - F(a)]}{p_i}$ <p><math>\Delta_i</math> = Klassenbreite <math>p_i</math> = rel. Häufigkeit</p> <p><math>F(a)</math> = kum. rel. Häufigkeit bis Medianintervall <math>[a ; b]</math></p>
Modus / Modalwert	<p><b>Häufigster Wert einer Verteilung.</b></p>	<p><b>Schritt 1: Modale Klasse bestimmen</b>  <math>\Leftrightarrow</math> Klasse mit max. Häufigkeitsdichte</p> <p><b>Schritt 2:</b>  <math>\Leftrightarrow</math> Wert der Klassenmitte der modalen Klasse</p>
Spannweite	$w = \max(x_i) - \min(x_i)$	$w = \text{Klassengrenze}_{\max} - \text{Klassengrenze}_{\min}$ <p>Differenz zwischen größter und kleinster Klassengrenze</p>

<b>Mittlere absolute Abweichung (vom Median)</b>	$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  x_i - \bar{x}_M $	$d = \sum_{i=1}^k \left[  (x_i)_m - \bar{x}_M  \cdot \frac{n_i}{n} \right] = \sum_{i=1}^k \left[  (x_i)_m - \bar{x}_M  \cdot p_i \right]$ <p>mit <math>(x_i)_m</math> als Klassenmitte der Klasse i</p> <p>und <math>p_i = \frac{n_i}{n}</math> = relative Häufigkeit der Klasse i</p>
<b>Varianz und Standardabweichung (Basis: arithmetisches Mittel)</b>	$V(X) \stackrel{\text{Definitionsformel}}{=} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( x_i - \bar{x} \right)^2$ $V(X) \stackrel{\text{Rechenformel}}{=} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( x_i \right)^2 \right] - \bar{x}^2$ $\Rightarrow S(X) = \sqrt{V(X)}$	$V(X) \stackrel{\substack{\text{Definitionsformel}}}{=} \sum_{i=1}^n \left[ (x_i)_m - \bar{x} \right]^2 \cdot p_i$ $V(X) \stackrel{\substack{\text{Rechenformel}}}{=} \left[ \sum_{i=1}^n \left( x_i \right)_m^2 \cdot p_i \right] - \bar{x}^2$ $\Rightarrow S(X) = \sqrt{V(X)}$ <p>mit <math>(x_i)_m</math> als Klassenmitte der Klasse i</p> <p>und <math>p_i</math> als relative Häufigkeit der Klasse i</p>
<b>Quartile Q1 / Q3 (Basis: Median)</b>	$\bar{x}_p = \begin{cases} x_{[n \cdot p] + 1} & \text{für } (n \cdot p) \text{ nicht ganzzahlig} \\ \frac{1}{2} (x_{n \cdot p} + x_{n \cdot p + 1}) & \text{für } (n \cdot p) \text{ ganzzahlig} \end{cases}$ <p><math>p = 0,25 \rightarrow q1 \quad \text{und} \quad p = 0,75 \rightarrow q3</math></p>	$q_1 \Rightarrow \bar{x}_{0,25} = [a ; b] \rightarrow \bar{x}_{0,25} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,25 - F(a)]}{p_i}$ $q_3 \Rightarrow \bar{x}_{0,75} = [a ; b] \rightarrow \bar{x}_{0,75} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,75 - F(a)]}{p_i}$ <p><math>\Delta_i = \text{Klassenbreite} \quad p_i = \text{rel. Häufigkeit}</math></p> <p><math>F(a) = \text{kum. rel. Häufigkeit bis } q_1/q_3 - \text{Intervall } [a ; b]</math></p>
<b>Variationskoeffizient</b>	$v_{\text{arith\_Mittel}} = \frac{S(X)}{\bar{x}}$	$\text{oder} \quad v_{\text{Median}} = \frac{S(X)}{\bar{x}_M}$