Grundlagen zu Preisindizes

nach Laspeyres: $$L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} = \sum \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \cdot \frac{p_{0i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} \quad mit\ i \in N$$

nach Paasche: $$P_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}} = \sum \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \cdot \frac{p_{0i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}} \quad mit\ i \in N$$

nach Fisher: $$F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \qquad geometr.\, Mittel$$

Anmerkung: Geometrisches Mittel / Geometrischer Mittelwert

- ⇨ **Mittelwert aus einer Produktfolge**

Geometr. Mittel: Mittelwert einer Produktfolge

$$g_{MW} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} q_i} = \sqrt[n]{q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n} \qquad mit\ q_i = 1 + \frac{p_i}{100}$$

Effektive Verzinsung einer tesaurierenden

(Zinsen werden kapitalisiert, d.h. dem Kapital hinzugerechnet) Anlage

=> Effektive Verzinsung bei Zinseszinseffekt

$$i_{eff} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} q_i} - 1 = \sqrt[n]{q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n} - 1 = g_{MW} - 1$$

$$p_{eff} = (g_{MW} - 1) \cdot 100 = i_{eff} \cdot 100$$

Indizierung mit neuem Basisjahr

$$I_{Basisjahr\_neu;\, Zieljahr} = \frac{I_{Basisjahr\_alt;\, Zieljahr}}{I_{Basisjahr\_alt;\, Basisjahr\_neu}}$$

Beispiel: ***Index von 2000 auf der Basis von 2005 soll auf die Basis 2010 umgerechnet werden.***

$$I_{2010;\, 2000} = \frac{I_{2005;\, 2000}}{I_{2005;\, 2010}}$$

Verkettung

$$I_{Basisjahr\_alt;\,Zieljahr} = \frac{I_{Basisjahr\_neu;\,Basisjahr\_alt}}{I_{Basisjahr\_neu;\,Basisjahr\_neu}} \cdot I_{Basisjahr\_neu;\,Zieljahr}$$

Beispiel: ***Indexwert von 2013 auf der Basis von 2010 soll auf die Basis 2005 umgerechnet werden.***

$$I_{2005;\,2013} = \frac{I_{2010;\,2005}}{I_{2010;\,2010}} \cdot I_{2010;\,2013}$$

Unterschiede zwischen Preisindizes von Laspeyres und Paasche

Die beiden Formeln zu den Preisindizes von Laspeyres und Paasche ähneln sich relativ stark. Bei der praktischen Anwendung werden jedoch auch die Unterschiede deutlich. Diese sind darauf zurückzuführen, dass mit verschiedenen Warenkörben gerechnet wird.
Der Paasche Preisindex wird für die produzierten Güter des Inlandes, als Deflator des BIP eingesetzt.
Auf der anderen Seite wird der Laspeyres Preisindex als Verbraucherpreisindex für die im Inland konsumierten Güter verwendet. Beim Preisindex von Laspeyres wird der Warenkorb auf einem stabilen Niveau gehalten, während bei Paasche immer der aktuelle Warenkorb als Grundlage benutzt wird.
Dadurch erfasst der Paasche Preisindex Änderungen in der Verbraucherstruktur. Güter, die in ihren Preisen sinken, werden vermehrt nachgefragt und preislich verteuerte Waren werden weniger konsumiert. Dies kann zur Folge haben, dass der Paasche Preisindex zum großen Teil mit Waren bestückt ist, die preislich günstig sind. Hohe Preise werden mengenmäßig schwächer gewichtet.
Diese Änderungen werden bei Laspeyres nicht berücksichtigt (dieser Unterschied wird als Substitutionsverzerrung bezeichnet). **Die Folge ist, dass der Paasche Preisindex kleiner ausfällt, als der von Laspeyres.**
Der **Vorteil** des Prinzips nach **Laspeyres** liegt darin, dass die Gütermengen nur einmal erhoben werden müssen. Anschließend müssen nur noch die Preise des Warenkorbes beobachtet werden. Allein durch diese Maßnahme ist eine Berechnung des Preisindex möglich.
Beim Paasche Preisindex müssen Güter, Mengen und Preise zugrunde gelegt werden, um eine Berechnung durchführen zu können.
Ein **Nachteil** bei **Laspeyres** liegt an den sich ändernden Verbrauchsgewohnheiten der Menschen begründet, so dass er mit der Zeit immer mehr an Repräsentativität verliert. Neue Waren und Dienstleistungen, die in der Regel nachgefragt werden, werden nicht berücksichtigt. Daher wird der Warenkorb auch alle fünf Jahre für die Bundesrepublik Deutschland erneuert. Dies bedeutet nichts anderes, als dass der aktuelle Warenkorb als Grundlage benutzt wird.
Dies kommt wiederum dem Paasche-Index gleich – zumindest im ersten Jahr. Der Verbraucherpreisindex kann Verbesserungen der Qualität in der Produktion nicht auf das Genaueste erfassen, daher ist es möglich, dass er die tatsächliche Inflation ein wenig überzeichnet.

Eine Lösung für dieses Dilemma liegt in der geometrischen Mittelung durch den Preisindex nach Fisher.

$$F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \qquad geometr.\, Mittel$$

Übungen zur Preisindexberechnung

Aufgabe 1

Student Ede Tester verbraucht monatlich 25 kg Äpfel, 30 Ltr. Bier und 20 kg Brot für sein Wohlbefinden. Folgende Preise wurden für Januar 2015 und Januar 2020 beobachtet:

	Äpfel	Bier	Brot
Januar 2015	2,00 €/kg	2,20 €/Ltr.	2,70 €/kg
Januar 2020	2,50 €/kg	2,80 €/Ltr.	3,30 €/kg

Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres und die jährliche Inflation.

Lösung:

$$L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{Ausgaben des Berichtsjahres mit Mengen des Basisjahres (Menge}_{2015} \text{ * Preis}_{2020}\text{)}}{\text{Ausgaben des Basisjahres (Menge}_{2015} \text{ * Preis}_{2015}\text{)}}$$

$$L_P = \frac{2,50 \cdot 25 + 2,80 \cdot 30 + 3,30 \cdot 20}{2,00 \cdot 25 + 2,20 \cdot 30 + 2,70 \cdot 20} = \frac{212,5}{170,0} = 1,25$$

Inflationsrate:

$$\frac{212,5}{170,0} = 1,25 \rightarrow 212,5 = 170 \cdot 1,25 \rightarrow 212,5 = 170 \cdot q^5$$

$$g_{MW} = \sqrt[5]{q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5} = \sqrt[5]{1,25} = 1,0456$$

$$i_{eff} = 1,0456 - 1 = 0,0456 \xrightarrow{\cdot 100} 4,56\%$$

Aufgabe 2

Student Ede Tester verbrauchte im **Januar 2017 monatlich 25 kg Äpfel, 30 Ltr. Bier und 20 kg Brot** für sein Wohlbefinden; im Januar 2020 war der Verbrauch 17 kg, 35 Ltr. und 25 kg

Folgende Preise wurden für Januar 2017 und Januar 2020 beobachtet:

	Äpfel	**Bier**	**Brot**
Januar 2017	2,00 €/kg	2,20 €/Ltr.	2,70 €/kg
Januar 2020	2,50 €/kg	2,80 €/Ltr.	3,30 €/kg

Berechnen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher und die jährliche Inflation.

Lösung:

$$L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{Ausgaben des Berichtsjahres mit Mengen des Basisjahres (Menge }_{2017}\text{ * Preis }_{2020}\text{)}}{\text{Ausgaben des Basisjahres (Menge }_{2017}\text{ * Preis }_{2017}\text{)}}$$

$$L_P = \frac{2,50 \cdot 25 + 2,80 \cdot 30 + 3,30 \cdot 20}{2,00 \cdot 25 + 2,20 \cdot 30 + 2,70 \cdot 20} = \frac{212,5}{170,0} = 1,25$$

Inflationsrate:

$$\frac{212,5}{170,0} = 1,25 \rightarrow 212,5 = 170 \cdot 1,25 \rightarrow 212,5 = 170 \cdot q^3$$

$$g_{MW} = \sqrt[3]{q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5} = \sqrt[3]{1,25} = 1,0772$$

$$i_{eff} = 1,0772 \; -1 = 0,0772 \overset{\cdot 100}{\rightarrow} 7,72\%$$

$$P_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{Ausgaben des Berichtsjahres (Menge }_{2020}\text{ * Preis }_{2020}\text{)}}{\text{Ausgaben des Basisjahres mit Mengen des Berichtsjahres (Menge }_{2020}\text{ * Preis }_{2017}\text{)}}$$

$$P_P = \frac{2,50 \cdot 17 + 2,80 \cdot 35 + 3,30 \cdot 25}{2,00 \cdot 17 + 2,20 \cdot 35 + 2,70 \cdot 25} = \frac{223}{178,5} = 1,2493$$

$$F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \rightarrow \sqrt{1,25 \cdot 1,2493} = 1,2496$$

Aufgabe 3

Knut Knödel kauft seit Jahren die gleichen Produkte und bekommt immer mehr den Eindruck, dass er für mehr Geld weniger an Produkt erhält. Das stimmt ihn missmutig.

Da er akribisch Buch geführt hat über seinen Verbrauch und die Preise – kann man seinen Eindruck versuchen mittels Bestimmung der Preisindices zu prüfen.

Bestimmen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher und die jährliche Inflation.

Produkte	**2015**		**2019**	
	Preis [GE]	**Verbrauch [ME]**	**Preis [GE]**	**Verbrauch [ME]**
Zigaretten	4,00	10	5,00	7
Pizza	5,00	4	6,00	3
Kino	8,00	2	12,00	1
Wein	2,50	10	3,00	8
Döner	5,00	25	6,00	30

	2015			2019	
	Preis	Menge		Preis	Menge
	4	10		5	7
	5	4		6	3
	8	2		12	1
	2,5	10		3	8
	5	25		6	30
Laspeyres:	**278**		**Paasche**	**269**	
	226			**221**	
	1,2300885			1,21719457	
	Fisher:	1,223624549			
	1,0531351			1,05036442	
	5,314 %			5,036 %	

Aufgabe 4

Es sind folgende Informationen über den Inhalt eines Warenkorbs bekannt.
Berechnen Sie die drei Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher Index.
Wie hoch ist die jährliche Inflations- bzw. Deflationsrate?

	Menge im Basisjahr (q)	**Preis (p) im 1. Jahr bzw. im Basisjahr (in €)**	**Menge im Berichtsjahr (q)**	**Preis (p) im Berichtsjahr [4. Jahr] (in €)**
Packung Müsli	35	4,50	35	4,90
Smartphone	1	500	1	480
Flasche Cola	60	1,30	60	1,60

	Basisjahr			Berichtsjahr (Jahr 4)	
	Preis	Menge		Preis	Menge
	4,50	35		4,90	35
	500,00	1		480,00	1
	1,30	60		1,60	60
Laspeyres:	**747,50**		**Paasche**	**747,50**	
	735,50			**735,50**	
	1,016315			1,016315	
	Fisher:	1,016315			
	1,00405			1,00405	
	0,405 %			0,405 %	

Aufgabe 5

Das Unternehmen „Rasch und Ruh – Morgens geschlossen, Mittags zu“ handelt mit den Rohstoffen R1, R2, R3 und R4. Nach einer Geschäftsflaute, die hinsichtlich der in der Vergangenheit etwas restriktiven Form der Geschäfts- und Öffnungszeiten begründet war, konnte man mittels einer strategischen Änderung in den letzten Jahren mehr Umsatz erzielen.

Die Entwicklung der Verkaufspreise, Umsätze und Absatzmengen geht aus der folgenden Tabelle hervor:

Rohstoff	**Preis in GE/t**		**Menge [1.000 t]**		**Umsatz in GE (in 1.000 €)**	
	2015	**2020**	**2015**	**2020**	**2015**	**2020**
R1	60	70			6.000	8.400
R2			150	120	12.000	10.800
R3		120	80		7.200	9.000
R4	50			150	6.500	
Summe						34.200

a) Berechnen Sie die Preisindices nach Laspeyres, Paasche und Fisher.

b) Ermitteln Sie die In-/Deflation pro Jahr.

c) Das Basisjahr der Indizierung wird alle 5 Jahre geändert.

Bestimmen Sie bei der folgenden Indexreihe den jeweiligen Index für die übrigen Jahre, wenn die Basis

⇨ 2010

⇨ 2015

ist.

t	2000	2005	2010	2015
$I_{2005,t}$	0,95	1,00	1,25	1,50

Lösung:

Rohstoff	**Preis in GE/t**		**Menge [1.000 t]**		**Umsatz in GE**	
	2015	**2020**	**2015**	**2020**	**2015**	**2020**
R1	60	70	**100**	**120**	6.000	8.400
R2	**80**	**90**	150	120	12.000	10.800
R3	**90**	120	80	**75**	7.200	9.000
R4	50	**40**	**130**	150	6.500	**6.000**
Summe						34.200

$$L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} \rightarrow \frac{35.300}{31.700} = 1{,}11356 \quad und \quad P_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}} \rightarrow \frac{34.200}{31.050} = 1{,}10145$$

$$\text{Inflationsrate:} \quad g_{MW} = \sqrt[5]{1{,}11356} = 1{,}02174$$

$$i_{eff} = 1{,}02174 - 1 = 0{,}02174 \xrightarrow{\cdot 100} 2{,}174\%$$

$$F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \rightarrow \sqrt{1{,}11356 \cdot 1{,}10145} = 1{,}107488$$

Besonderer Fall Deflation:

$$L_P \quad = \quad 0,875 \quad \textit{für 4 Jahre}$$

Deflationsrate:

$$g_{MW} \quad = \quad \sqrt[4]{0,875} \quad = \quad 0,9672$$

$$i_{eff} \quad = \quad |0,9672 \quad -1| \quad = \quad 0,0328 \quad \xrightarrow{\cdot 100} \quad 3,28\%$$

Aufgabe 6

Für das BIP eines Landes sind von den beiden Indexreihen zur Basis 2005 und zur Basis 2015 folgende Werte gegeben:

Jahr	2010	2011	2015	2017	2019
Basis 2005	112,1	114,3	120,5		
Basis 2015			100,0	105,6	107,4

Bestimmen Sie durch Verkettung der beiden Reihen die jeweils fehlenden Werte.