**Klausur Wirtschaftsmathematik**

**Fakultät für Technik**

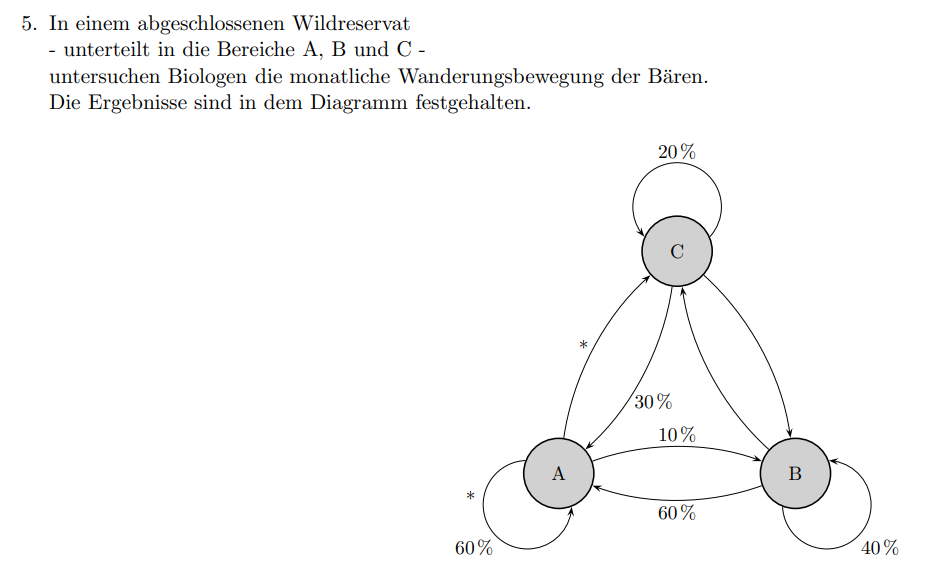
**Studiengang**: Integrated Engineering Datum: 17.06.2024

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Matrikelnummer:** |  | | | **Dozent: Jürgen Meisel** | |
| **Kurs: TIE 22 EN** | | **Semester:** | 4 |  |  |
| **Hilfsmittel: *Wiss. TR (nicht programmierbar) und***  ***Formelsammlung*** | | | | **Bearbeitungszeit: 90 min.** | |
| **Bewertung:** | Maximale Punktzahl: 90 | | | Erreichte Punktzahl: |  |
| **Prozente:** | ................ | | | Signum: ................ | |
| **Anmerkungen:** | ***Von 7 gestellten Aufgaben müssen 6 ausgewählt und bearbeitet werden.*** | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Aufgabennummer** |  | **maximale**  **Punkte** | **erreichte**  **Punkte** | **Bemerkungen** |
| **A 1:**  **Übergangsmatrizen und stat.**  **Gleichgewicht** |  | **15** |  |  |
| **A 2:**  **Diff.-Rg I (Extrema mit NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 3:**  **Diff.-Rg II (Extrema ohne NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 4:**  **Lineare Optimierung** |  | **15** |  |  |
| **A 5:**  **Statistik I - Mittelwerte & Streumaße (diskret & klassiert)** |  | **15** |  |  |
| **A 6:**  **Statistik II - Gini-Koeffizient / Lorenzkurve & Korrelation / Regression** |  | **15** |  |  |
| **A 7:**  **Statistik III – Zeitreihenanalyse**  **& Preisindex** |  | **15** |  |  |
| **Summe** |  | **90** |  |  |

**Klausur QR-Methoden**

1. **Matrizen und Vektoren:**

**Übergangsmatrizen & Statisches Gleichgewicht**

In einem Wildreservat untersuchen Wissenschaftler

die monatlichen Wanderbewegungen KaulOlme –

eine besonders geschützte Wildtierart.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind im Schaubild

festgehalten:

1. Ergänzen Sie das Diagramm und erstellen

Sie die Übergangsmatrix.

1. In einem bestimmten Zeitpunkt ist die Vertei-

lung wie folgt:



Bestimmen Sie die Verteilung für die nächsten zwei Monate.

1. Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht zu dieser Situation.

Lösung:







1. **Differentialrechnung I: Extrema mit Nebenbedingung**

### Gegeben sei folgende Produktionsfunktion:

# Eine Mengeneinheit für x kostet 12,00 GE, der Preis für eine Mengeneinheit

# von y liegt bei 18,00 GE.

Insgesamt steht ein Budget von **b = 4.800** GE zur Verfügung.

1. Bestimmen Sie das optimale Produktionsprogramm mit Hilfe des Lagrangeansatzes.
2. Welchen Wert besitzt der Lagrangeparameter im Maximumfall und

welche ökonomische Aussage kann hier getroffen werden, wenn sich

das Budget b um **10** GE erhöht?

***Anmerkung: Auf einen Nachweis des Maximums kann hier verzichtet werden!***

Lösung:





1. **Differentialrechnung II: Extrema ohne Nebenbedingungen**

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der gegebenen Funktion f(x,y) mit entsprechendem

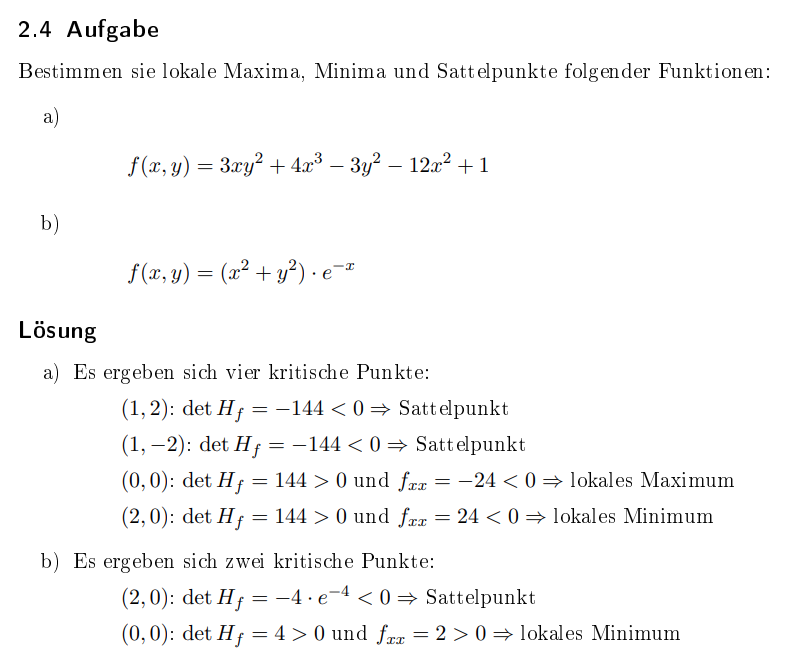
Nachweis der Extremwerteigenschaft.

Sollten Sie Extremwertstellen ermittelt haben, bitte auch die Funktionswerte berechnen



Lösung:





1. **Lineare Optimierung**

Das Unternehmen Blage-Geist GmbH erzeugt unter Verwendung der drei Produktions-

faktoren F1: Material [in t], F2: Maschinen [in h] und F3: Arbeitszeit [in h] zwei verschiedene

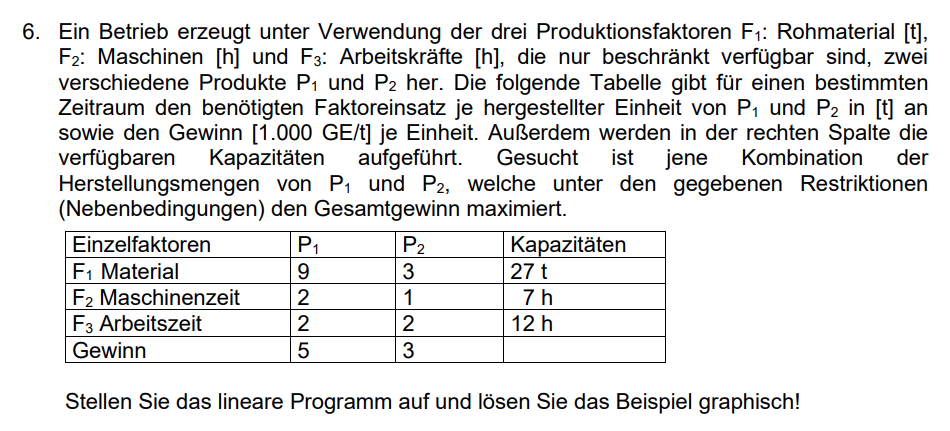
Produkte her: P1 und P2.

Die nachfolgende Tabelle gibt den benötigten Faktoreinsatz je hergestellter Einheit von

P1 und P2 an, wobei die Produkte in der Mengeneinheit t produziert werden;

Zudem wird ein Gewinn von je 1.000 GE/t erzielt.

Die verfügbaren Kapazitäten sind ebenfalls in der Tabelle enthalten.

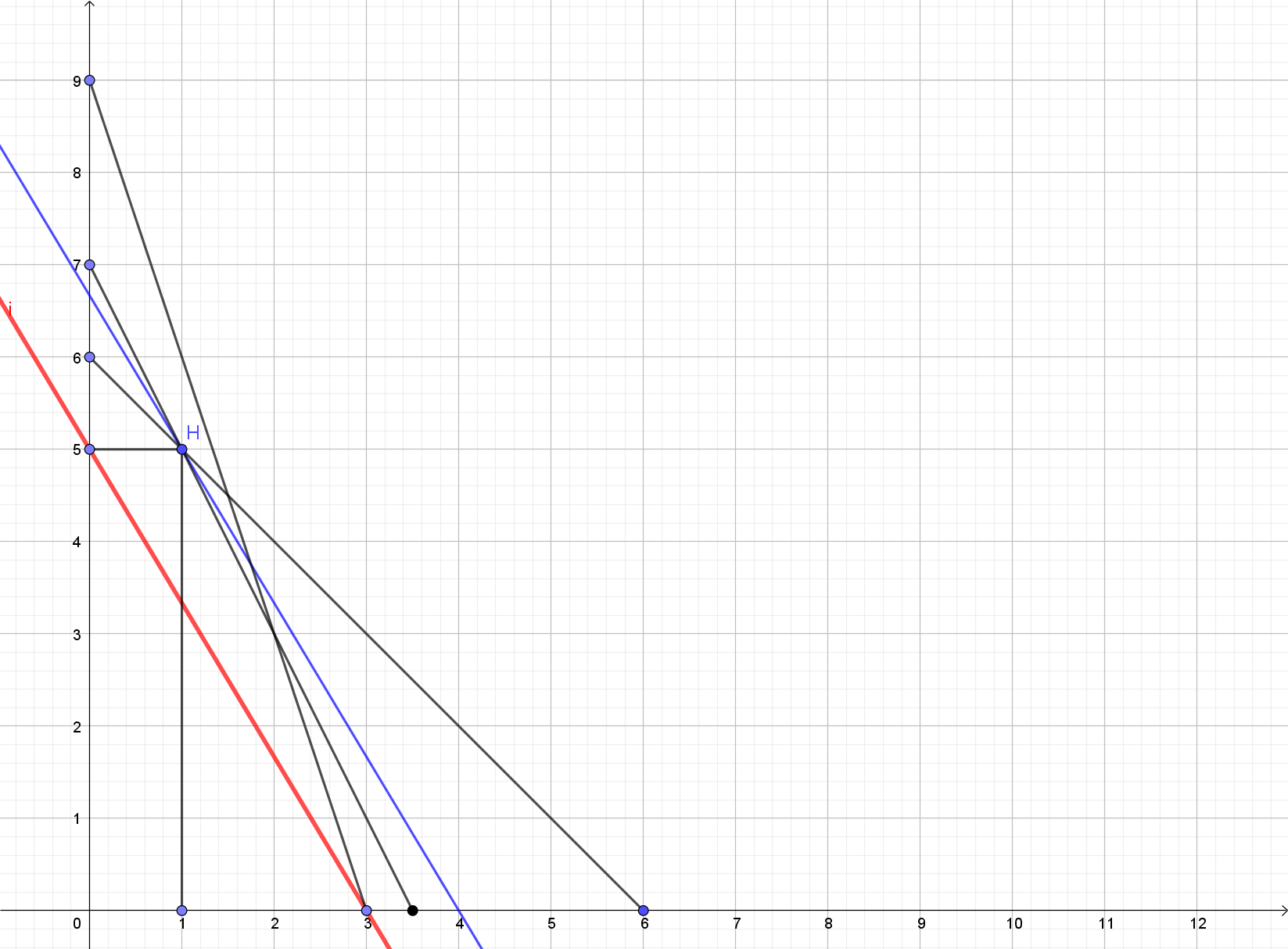


**Teil A:**

Stellen mittels graphischer Lösung das optimale Produktionsprogramm dar,

bestimmen Sie das Gewinnmaximum und geben Sie die Lösung an.

Welche der drei Ressourcen wird nicht vollständig ausgeschöpft und wie viel bleibt übrig?



**Teil B:**

Unter Anwendung des Simplex-Verfahrens soll das optimale Produktionsprogramm der Unternehmung mit dem Ziel der Maximierung des Gewinns bestimmt werden.

1. Füllen Sie die notwendigen Daten des Tableaus zur Berechnung aus und erklären

Sie den Begriff und die Notwendigkeit der Schlupfvariablen.

Führen Sie die ersten beiden Umformungen durch: Pivotelement + EZU mit Pivot

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Nach einigen Umformungsschritten mittels Simplexalgorithmus gelangen Sie auf Tableau 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **1** | **0** |  | **-1** | **0** | **2** |  |
| **II** | **0** | **1** |  | **3** | **0** | **3** |  |
| **III** | **0** | **0** | **1** | **-6** |  | **3** |  |
| **ZF** | **0** | **0** |  | **-4** | **0** | **G - 19** |  |

b) Woran erkennt man bei Tableau 1, dass noch weiter gerechnet werden muss?

c) Bestimmen Sie das Pivot-Element von Tableau 1. Erklären Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

d) Erstellen Sie nun ausgehend von **Tableau 1** das Endtableau, geben Sie die vollständige

Lösung an.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **1** | **0** |  | **-1** | **0** | **2** |  |
| **II** | **0** | **1** |  | **3** | **0** | **3** |  |
| **III** | **0** | **0** | **1** | **-6** |  | **3** |  |
| **ZF** | **0** | **0** |  | **-4** | **0** | **G - 19** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

***Anmerkung:***

***Es müsste ein leeres Tableau genügen – aber zur Sicherheit habe ich Ihnen zwei Leer-Tableaus hier abgebildet*** 😉

Lösung:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **9** | **3** | **1** | **0** | **0** | **27** | **i/9** |
| **II** | **2** | **1** | **0** | **1** | **0** | **7** |  |
| **III** | **2** | **2** | **0** | **0** | **1** | **12** |  |
| **ZF** | **5** | **3** | **0** | **0** | **0** | **G** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** |  |  | **0** | **0** | **3** |  |
| **II** | **2** | **1** | **0** | **1** | **0** | **7** | **ii – 2i** |
| **III** | **2** | **2** | **0** | **0** | **1** | **12** | **iii – 2i** |
| **ZF** | **5** | **3** | **0** | **0** | **0** | **G** | **ZF – 5i** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** |  |  | **0** | **0** | **3** |  |
| **II** | **0** |  |  | **1** | **0** | **1** | **3 \* ii** |
| **III** | **0** |  |  | **0** | **1** | **6** |  |
| **ZF** | **0** |  |  | **0** | **0** | **G - 15** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** |  |  | **0** | **0** | **3** | **i - ii** |
| **II** | **0** | **1** |  | **3** | **0** | **3** |  |
| **III** | **0** |  |  | **0** | **1** | **6** | **iii - ii** |
| **ZF** | **0** |  |  | **0** | **0** | **G - 15** | **ZF - ii** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** | **0** |  | **-1** | **0** | **2** |  |
| **II** | **0** | **1** |  | **3** | **0** | **3** |  |
| **III** | **0** | **0** |  | **-4** | **1** | **2** | **iii \*** |
| **ZF** | **0** | **0** |  | **-4** | **0** | **G - 19** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** | **0** |  | **-1** | **0** | **2** | **i - iii** |
| **II** | **0** | **1** |  | **3** | **0** | **3** | **ii + iii** |
| **III** | **0** | **0** | **1** | **-6** |  | **3** |  |
| **ZF** | **0** | **0** |  | **-4** | **0** | **G - 19** | **ZF - iii** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **1** | **0** | **0** | **1** |  | **1** |  |
| **II** | **0** | **1** | **0** | **-1** | **1** | **5** | **ii + iii** |
| **III** | **0** | **0** | **1** | **-6** |  | **3** |  |
| **ZF** | **0** | **0** | **0** | **-2** |  | **G - 20** | **ZF - iii** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

****

1. **Deskriptive Statistik I: Häufigkeitsverteilung / Mittelwerte / Streumaße**

Eine Umfrage unter 240 Schülern ergab folgende Verteilung des

monatlichen Taschengeldes in €:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Klasse** |  |  |  |  |  |  |
| **rel. H.** | **10,8 %** | **15 %** | **21,8 %** | **15,8 %** | **19,1 %** | **17,5 %** |

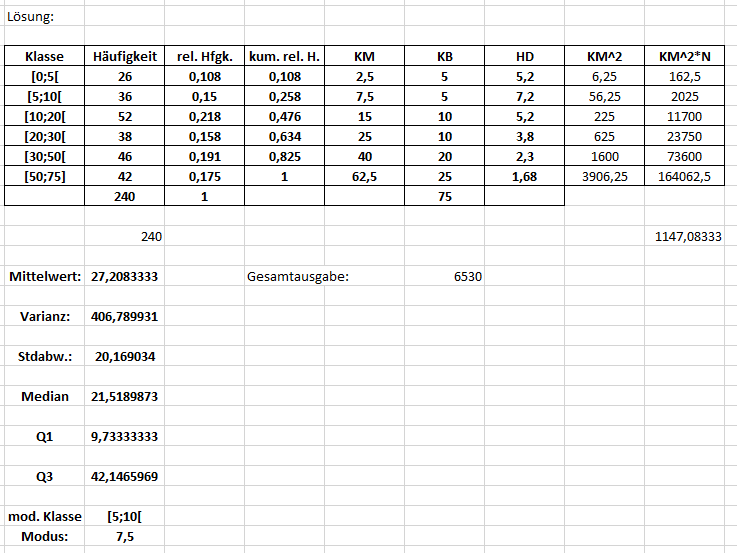
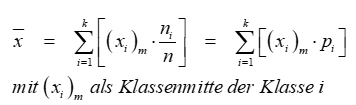
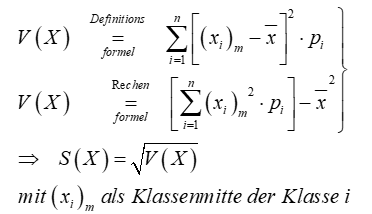
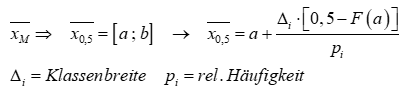
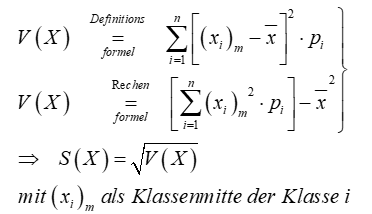
1. Bestimmen Sie die absoluten Häufigkeiten.
2. Ermitteln Sie das arithmetische Mittel.
3. Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung.

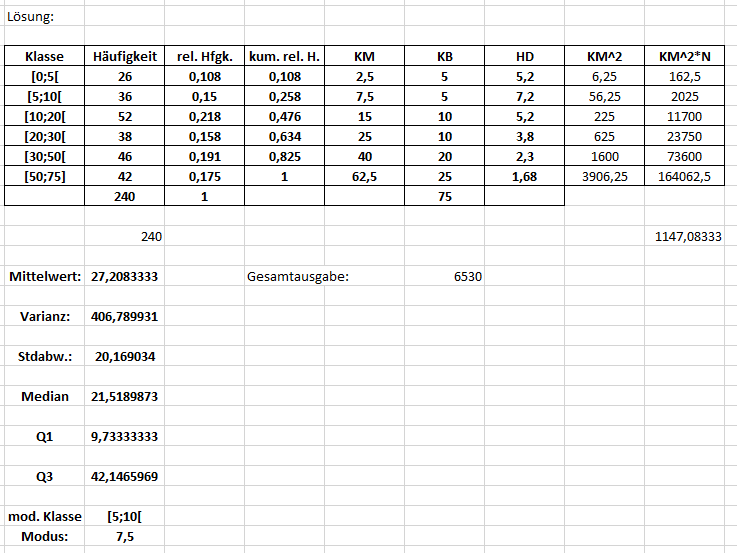
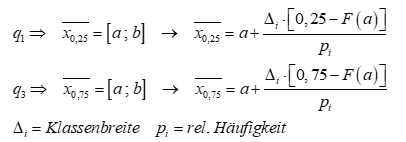
d) Bestimmen Sie den Median, die beiden Quartilwerte und den Modus.

e) Wie viel Taschengeld geben die Eltern insgesamt monatlich aus?

**Anlage: Tabelle zur Bearbeitung**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Klasse** | **Abs. H‘keit** | **Rel. H‘keit** | **Kum. rel. H‘keit** | **Klassenmitte** | **Klassenbreite** | **Häufigkeitsdichte** |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |



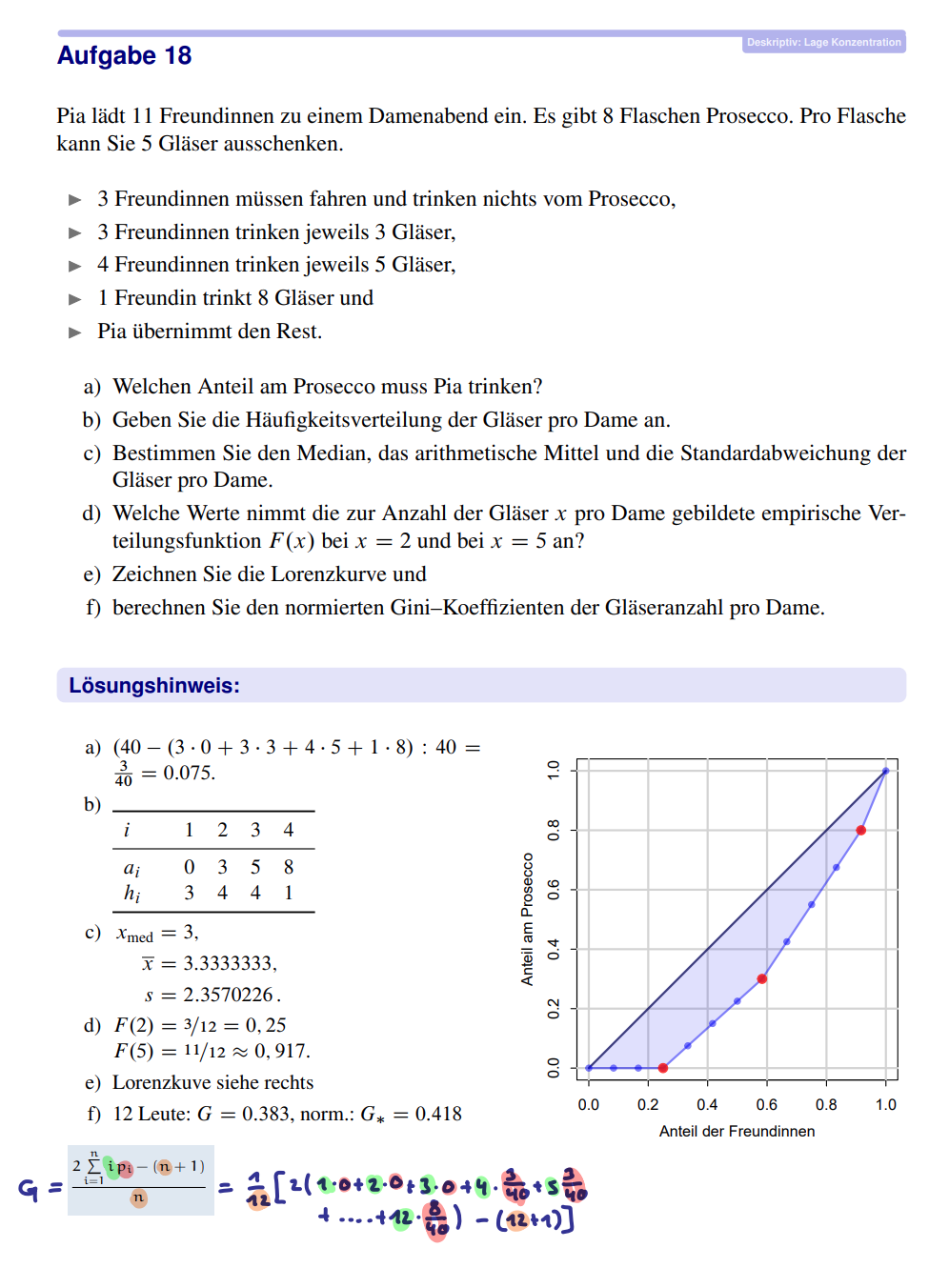


Gesamtausgaben: MW \* Häufigkeit: 27,20833 \* 240 = 6.530,00 [GE]

1. **Deskriptive Statistik II: Gini-Koeffizient & Lorenzkurve**

Pia Asketia lädt 11 Freundinnen zu einem Damenabend ein. Es gilt acht Flaschen Prosecco, die man bei einer Verlosung gewonnen hat, zu „auf ihre Qualität zu prüfen“.

Pro Flasche kann Sie fünf Gläser ausschenken.

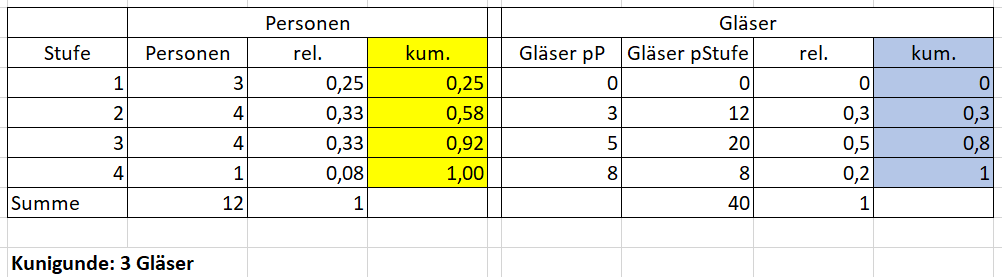


1. Wie viele Gläser trinkt Pia?
2. Zeichnen Sie die Lorenzkurve

(x-Achse: Anteil Personen/ y-Achse: Anteil der Gläser Prosecco)

1. Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten und den normierten Gini-Koeffizienten.
2. Wie hoch ist der Anteil der Personen bei 50% getrunkener Gläser?
3. Wie hoch ist der Anteil der Gläser, der von mind. 30 % der Personen getrunken wird?

Lösung:



Gini-Koeffizient: GK = 0,38

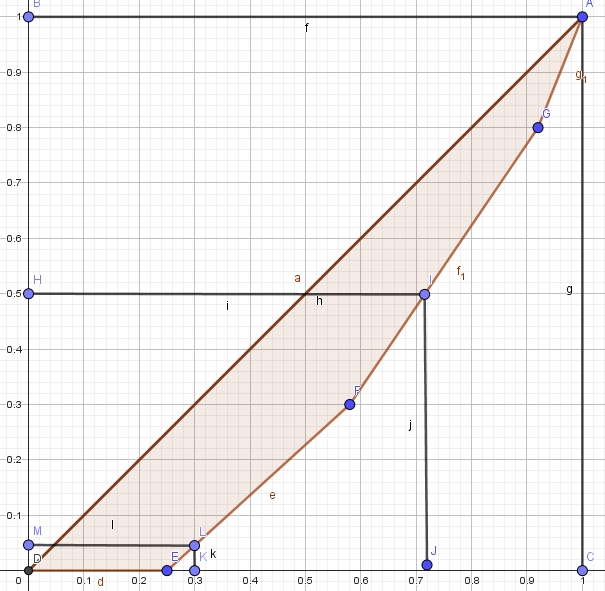
Normierter Gini-Koeffizient: norm. GK = 0,38 \* 12/11 = 0,4145

Wie hoch ist der Anteil der Personen bei 50% getrunkener Gläser?

Ablesen am Graphen: 0,72

Wie hoch ist der Anteil der Gläser, der von mind. 30 % der Personen getrunken wird?

Ablesen am Graphen: 0,05



1. **Deskriptive Statistik III:**

**Regression und Korrelation & Warenkorbmethode und Preisindexberechnung**

**Teil A:**

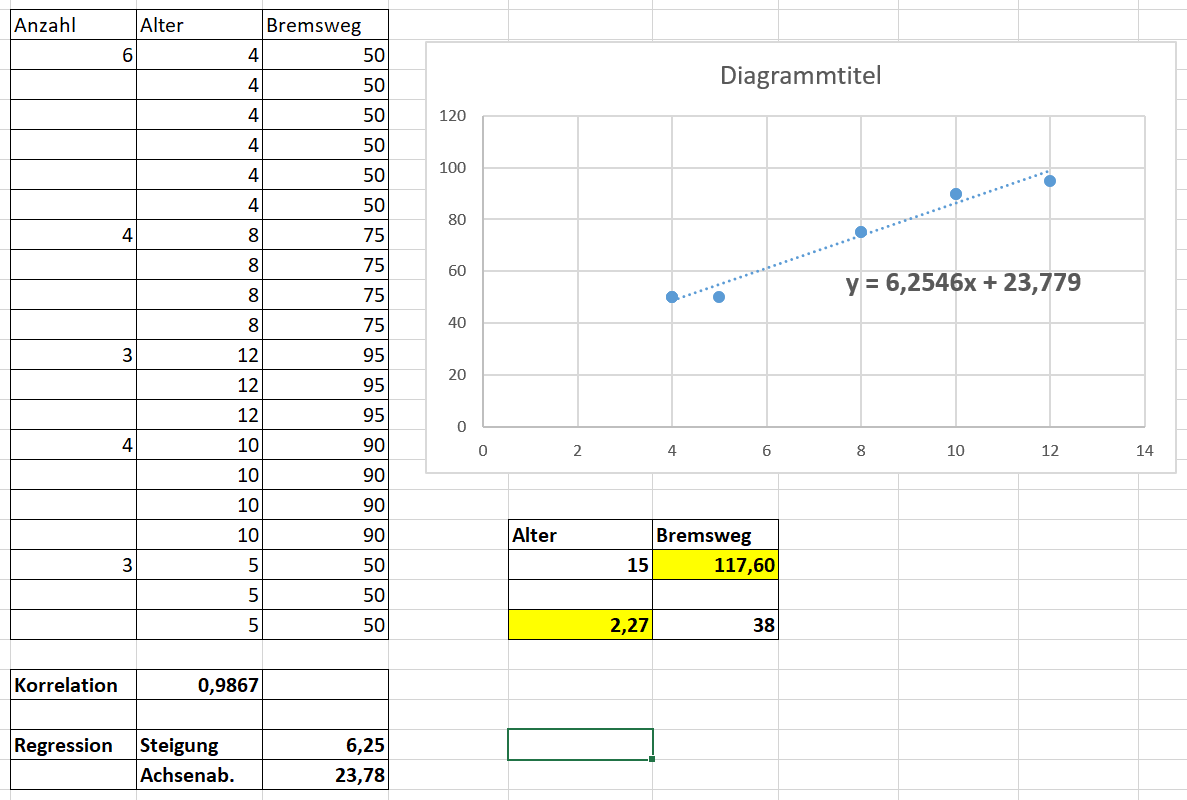
Bei 20 Gebrauchtwagen wurden die Bremswege bei einer Vollbremsung vom 100 km/h zum Stillstand geprüft bzw. getestet.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle dokumentiert:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Alter (Jahre)** | **4** | **8** | **12** | **10** | **5** |
| **Anzahl Pkw** | **6** | **4** | **3** | **4** | **???** |
| **Bremsweg (m)** | **50** | **75** | **95** | **90** | **50** |

1. Bestimmen Sie die lineare Regressionsgerade und den zugehörigen Korrelationskoeffizienten und kommentieren Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich des Sachverhaltes.
2. Bestimmen Sie den erwarteten Bremsweg bei Fahrzeugen der gleichen Kategorie mit einem Alter von 15 Jahren.
3. Welches Fahrzeugalter kann man bei einem Bremsweg von 38 m erwarten?

Lösung:



**Teil B:**

Für 5 Güter sind die Preise **pI,i** und **pII,i** und die Umsätze **uI,i** und **uII,i**

in den Perioden I und II in nachfolgender Tabelle gegeben:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Periode I** | | | **Periode II** | | |
| Nummer | Preis **pI,i** |  | Umsatz **uI,i** | Preis **pII,i** |  | Umsatz **uII,i** |
| **1** | **5** |  | **50** | **6** |  | **48** |
| **2** | **4** |  | **200** | **6** |  | **240** |
| **3** | **10** |  | **80** | **9** |  | **144** |
| **4** | **8** |  | **48** | **10** |  | **40** |
| **5** | **3** |  | **30** | **3** |  | **24** |

1. Bestimmen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher

mit **I als Basisperiode** und **II als Berichtsperiode**.

1. Ermitteln Sie die Inflationsrate **auf der Basis des Preisindex nach Laspeyres**,

wenn **I = 2020** und **II = 2024** gilt.

Lösung:

Ein Bild, das Tisch enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Berechnungen:

