

Übungen zur Klausurvorbereitung

1.) Ableitungen

Bilden Sie bei den folgenden Funktionen jeweils die ersten partiellen Ableitungen:

$$\text{a) } f(x, y, z) = \frac{(4y^2 - 3)^5}{x^6} + z^2$$

$$\text{b) } f(x, y, z) = e^{3x^4y^2} \cdot (y^3 - 8\sqrt{z} + 2)$$

2.) Extrema und Ortskurven

Gegeben Sie folgende Funktion:

$$f_k(x) = -\frac{1}{4}x^3 - k^2x^2 + 20k^4x \quad \text{mit } k > 0$$

- Ermitteln Sie die **Extremwertstellen** der Funktion.
Bitte mit vollständigem Nachweis (hinreichende Bedingung).
- Berechnen Sie die Wendepunkte.
- Bestimmen Sie die **Ortskurve** der Wendepunkte.

3.) Extrema ohne Nebenbedingungen

Ermitteln Sie die sechs stationären Stellen der Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{1}{4}y^4 - 2y^3 + \frac{5}{2}y^2$$

und untersuchen Sie diese Stellen auf ihre Extremwerteigenschaft.

Anmerkung: Eine Berechnung der Funktionswerte soll nicht erfolgen!

4.) **Newton-Iteration**

Berechnen Sie die Nullstelle folgender Funktion im Intervall von $[0 ; 3]$:

$$f(x) = -x^3 + 2x + 3$$

5.) **Optimum mit Nebenbedingungen**

Gegeben sei die Funktion $q(x, y) = 4x^{0,75}y^{0,25}$

Die Nebenbedingung lautet: $1.000 = 3x + 5y$

Bestimmen Sie das maximal mögliche Produktionsergebnis q_{\max} .

6.) **Lineare Gleichungssysteme und Matrizen Gleichungen**

Gegeben sei folgendes LGS:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2t & 0 \\ t & 0 & 1 \\ 2 & t & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -t \end{pmatrix}$$

a) Lösen Sie das LGS mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

b) Für welche Werte von t hat das LGS

(i) eine **eindeutige** Lösung?

(ii) keine Lösung?

(iii) unendlich viele Lösungen?