# ÜBUNGS-Klausur: Mathematik und Statistik

Lehrveranstaltung: Wirtschaftsmathematik

#### Fakultät für Wirtschaft

Studiengang: BWL-Öffentliche Wirtschaft-Wirtschaftsförderung Datum: 27.01.2025

| Matrikelnummer:             |   |           |                           | Dozent: Jürgen Meisel |  |  |
|-----------------------------|---|-----------|---------------------------|-----------------------|--|--|
| Kurs: WOW24A/B              |   | Semester: | 1                         |                       |  |  |
| Hilfsmittel: Formelsammlung |   |           | Bearbeitungszeit: 60 min. |                       |  |  |
| Bewertung:                  | Maximale Punktzahl: 60  |           | Erreichte Punktzahl:      |                       |  |  |
| Prozente:                   |   |           |                           | Signum:               |  |  |
| Anmerkungen:                | Bitte bearbeiten Sie nur 6 der 8 Aufgabenstellungen.  Bitte beachten: Falls Sie bei allen Aufgaben eine Bearbeitung bzw. Teilbearbeitung durchgeführt haben, müssen Sie eine Aufgabe für die Bewertung streichen. Sollte die Annullierung der Aufgaben von Ihrer Seite nicht erfolgen, dann kommen die Aufgaben 1 bis 6 in die Wertung! |           |                           |                       |  |  |

| Nr    | Thema der Aufgabe                                   | max.<br>Punkte | erreichte<br>Punkte | Bemerkungen |
|-------|---|----------------|---------------------|-------------|
| 1     | Summen und Ableitungen                              | 10             |                     |             |
| 2     | Binomischer Lehrsatz                                | 10             |                     |             |
| 3     | DiffRg mit einer Variablen /<br>Kurvenscharen       | 10             |                     |             |
| 4     | Matrizenrechnung                                    | 10             |                     |             |
| 5     | DiffRg I (mehrere Var.):<br>Extrema ohne NB         | 10             |                     |             |
| 6     | DiffRg II (mehrere Var.):<br>Extrema mit NB         | 10             |                     |             |
| 7     | Übergangsprozesse und sta-<br>tisches Gleichgewicht | 10             |                     |             |
| 8     | Lineare Optimierung                                 | 10             |                     |             |
| Summe |   | 60             |                     |             |

## (1) Summen und Ableitungen

#### Teil 1: Summen berechnen

Ermitteln Sie per Anwendung der Gesetzmäßigkeiten der Rechenregeln mit Summen den Wert des nachfolgenden Ausdrucks:

$$\sum_{k=1}^{40} 4k^2 - 5$$

#### Teil 2: Ableitungen bilden

Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung der gegebenen Funktionen:

$$f(x,y) = 8\sqrt{x^3 + y^9} + 3e^{2x+6y}$$

#### (2) Binomischer Lehrsatz

Entwickeln Sie den Ausdruck gemäß Binomischem Lehrsatz:  $(4y-3)^5$ 

### (3) Differentialrechnung ganzrationaler Scharkurven

Gegeben sei folgende Kurvenschar einer ganzrationalen Funktion:

$$f_k(x) = \frac{1}{k}x^4 - \frac{1}{3}x^3$$

Ermitteln Sie die Lösung zu folgenden gesuchten Größen:

a) Ortskurve der Extrema

Sei nun eine weitere Funktion gegeben:  $g_4(x) = f_4(x) - 3$ 

b) Bestimmen Sie *mittels Newton-Iteration* eine mögliche Nullstelle im Intervall [2 ; 3] Es genügt ein Iterationsschritt.

## (4) Matrizenrechnung

Gegeben sei die Matrix  $C_k = \begin{pmatrix} 1 & k-1 & 4 \\ -2 & 8 & 6 \\ k & k^2 & 3 \end{pmatrix}$ 

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a) 
$$\det(C_k)$$
 b)  $C_0^2$ 

(5) Differentialrechnung mit mehreren Variablen I: Extrema ohne Nebenbedingung(en)

Gegeben seien die Funktion f(x,y).

$$f(x,y) = -\frac{3}{4}x^4 + 6x^3 - \frac{1}{2}y^2 + 3$$

Bestimmen Sie mögliche Extrema der Funktion (falls vorhanden).

Anmerkung: Die Funktionswerte eventueller Extrema oder anderer Stellen müssen <u>nicht</u> berechnet werden!

(6) Differentialrechnung mit mehreren Variablen II: Extrema mit Nebenbedingungen

Gegeben sei folgende Produktionsfunktion:

$$f(x,y) = 2 \cdot x^{0,4} \cdot y^{0,6}$$

Eine Mengeneinheit für x kostet 8 GE, der Preis für eine Mengeneinheit von y liegt bei 6 GE.

Insgesamt steht ein Budget von **b = 8000,00** GE zur Verfügung.

Bestimmen Sie die optimale Produktionskombination für x und y mit Hilfe des Lagrangeansatzes.

(7) Matrizenrechnung: Übergänge und stat. Gleichgewicht

Gegeben seien die Übergangsmatrix und die aktuelle Marktverteilung:

$$U[A,B,D] = \begin{pmatrix} 0.4 & b & 0.7 \\ a & 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 & c \end{pmatrix} \quad und \quad \overrightarrow{p_1} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) Welche Werte sind gemäß der Datenlage für  $\overrightarrow{p_{\scriptscriptstyle 2}}$  zu erwarten?
- b) Welche Situation lag für  $\overrightarrow{p_0}$  vor?
- c) Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht.

## (8) Lineare Optimierung

Eine Firma stellt zwei Arten von Osterhasen her: Hase (A)Ifred und Häsin (B)erta

Unter Verwendung der Milch und Schokolade und hinsichtlich der Produktionszeit müssen einige Kapazitätsobergrenzen eingehalten werden ②

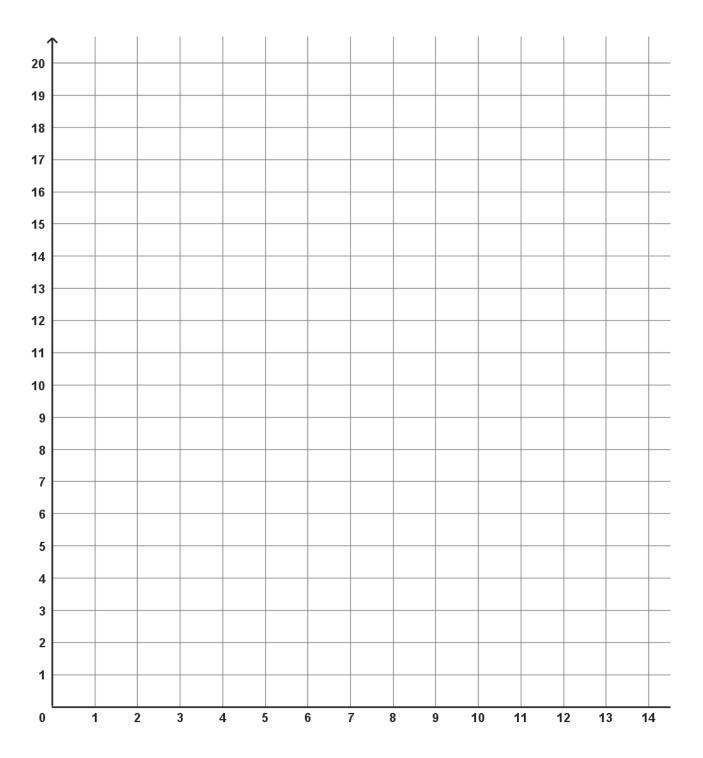
Diese ergeben sich aus nachfolgender tabellarischer Übersicht:

| Produktion      | Hase (A)Ifred | Häsin (B)erta | Kapazität/Restriktion |
|-----------------|---------------|---------------|-----------------------|
|                 |               |               |                       |
| Milch           | 2             | 10            | 60                    |
| Schokolade      | 6             | 6             | 60                    |
| Produktionszeit | 10            | 5             | 85                    |
| Gewinn          | 45            | 30            |                       |

Wie viele Hasen sollen von jeder Sorte hergestellt werden, damit der Gewinn maximal wird?

a) Lösen Sie das Optimierungsproblem graphisch und geben Sie die optimale Kombination an. Anmerkung: Sie können hierzu die Anlage Koordinatensystem verwenden.

**Anlage: Koordinatensystem** 



Nach einigen Schritten mit dem Simplexalgorithmus erhält man folgendes Tableau.

|    | x | У   | u <sub>1</sub> | u <sub>2</sub> | U <sub>3</sub> | b       | Umformung |
|----|---|-----|----------------|----------------|----------------|---------|-----------|
| I  | 0 | 9   | 1              | 0              | -0,2           | 43      |           |
| II | 0 | 3   | 0              | 1              | -0,6           | 9       |           |
| Ш  | 1 | 0,5 | 0              | 0              | 0,1            | 8,5     |           |
| Z  | 0 | 7,5 | 0              | 0              | -4,5           | g-382,5 |           |
| ı  |   |     |                |                |                |         |           |
| II |   |     |                |                |                |         |           |
| Ш  |   |     |                |                |                |         |           |
| Z  |   |     |                |                |                |         |           |
|    |   |     |                |                |                |         |           |
| II |   |     |                |                |                |         |           |
| Ш  |   |     |                |                |                |         |           |
| Z  |   |     |                |                |                |         |           |
| ı  |   |     |                |                |                |         |           |
| II |   |     |                |                |                |         |           |
| Ш  |   |     |                |                |                |         |           |
| Z  |   |     |                |                |                |         |           |
| ı  |   |     |                |                |                |         |           |
| II |   |     |                |                | _              |         |           |
| Ш  |   |     |                |                |                |         |           |
| Z  |   |     |                |                |                |         |           |
|    |   |     |                |                |                |         |           |

- b) Wie viele Mengeneinheiten an Schokolade ist noch übrig?
- c) Erstellen Sie nun ausgehend vom gegebenen Tableau das Endtableau und geben Sie die vollständige Lösung an.

#### Anmerkung:

Wenn Sie korrekt und "rechenökonomisch" vorgehen, sollten zwei Tableau-Elemente genügen 😉