

Übungen zur Klausurvorbereitung

1.) Newton-Iteration

Mit dem Newton-Verfahren soll eine Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^4 + x - 1 \text{ näherungsweise berechnet werden.}$$

Wählen Sie $x = 0$ als Startwert und führen Sie zwei Iterationsschritte durch.

2.) LGS I

Lösen Sie das Lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.) LGS II

Gegeben ist das inhomogene LGS in folgender Form:

$$\begin{pmatrix} 1 & t & 2t \\ 1 & 1 & 2t-2 \\ t & t^3 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6t-4 \\ 6t-2 \\ -12t \end{pmatrix}$$

- Zeigen Sie, dass die Determinante der Koeffizientenmatrix folgende Form annimmt: $4(t^3 - t^2 - 4t + 4)$
- Für welche Werte von t ist das System nicht eindeutig lösbar?
- Bestimmen Sie die Lösung für $t = 0$.

4.) Funktionen mit mehreren Variablen

- Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = 4x^3 - 12xy - 24x + 6y^2 + 48$$

Bestimmen Sie Art und Lage der stationären Stellen von f .

- Gegeben ist die Funktion $f(x, y) = x(x-a)^2 - 4(y+b)^2$
 - Für welche Werte von a, b hat die Funktion f an der Stelle $(1 / -3)$ ein lokales Extremum?
 - Von welcher Art und wie groß ist es?

5.) Rechnen mit Matrizen und Determinanten

Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a) $A \cdot (2A - E)$ b) B^3 c) B^4
d) $\text{Det}(A)$ e) $(B + E)^2$

6.) Funktionen mit einer Variablen

Gegeben ist folgende Funktion: $f_k(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{8}k^2x^2$ mit $k > 0$

- a) Berechnen Sie Wendestelle.
Bitte mit vollständigem Nachweis (hinreichende Bedingung).
- b) Bestimmen Sie von dieser Funktion die Ortskurve der Wendepunkte.

7.) Binomischer Lehrsatz

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a) $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^8$ b) $\left(\frac{2}{5}x + 3y\right)^4$

8.) Extrema unter Nebenbedingungen

Berechnen Sie das Optimum der Funktion $f(x, y) = 3x^{0,3}y^{0,7}$
unter folgender Nebenbedingung: $1.000 = 2x + 5y$