

Hilfsmittel: Nicht progr. Taschenrechner
 Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Anmerkung:

Zur Klausur dürfen auch zweisprachige Wörterbücher verwendet werden

Aufgabe 1

15

Ein Kioskbesitzer notiert 200 Tage lang die Zahl der verkauften Exemplare einer seiner Tageszeitungen.

Verkaufte Zeitungen	0	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Tage	21	46	54	40	24	10	5

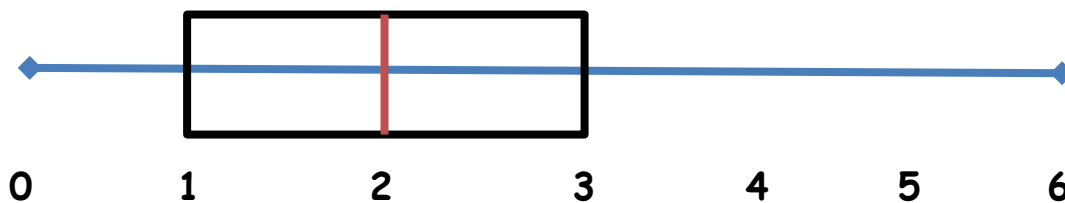
- a) Bestimmen Sie nun den Median, die beiden Quantile und erstellen Sie einen Boxplot bzgl. Der verkauften Zeitungen.
- b) Zeichnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion.
 [x-Achse: Tage; y-Achse: Anzahl verkaufter Zeitungen]

Lösung:

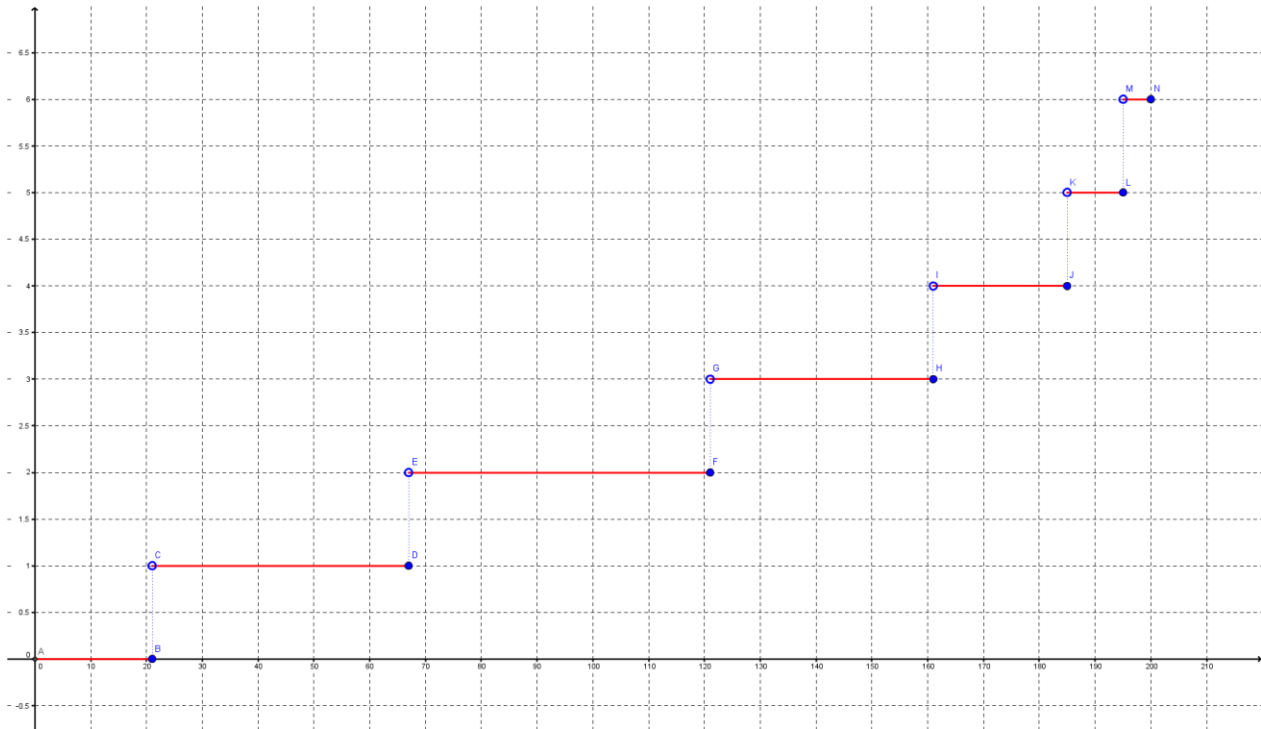
Median: $\overline{x}_M = \frac{1}{2}(x_{100} + x_{101}) \rightarrow \overline{x}_M = \frac{1}{2}(2+2) = 2$

$\overline{x}_{0,25} = \frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \rightarrow \overline{x}_{0,25} = \frac{1}{2}(1+1) \rightarrow \overline{x}_{0,25} = 1$

$\overline{x}_{0,75} = \frac{1}{2}(x_{150} + x_{151}) \rightarrow \overline{x}_{0,75} = \frac{1}{2}(3+3) \rightarrow \overline{x}_{0,75} = 3$



Verteilungsfunktion:



Aufgabe 2:

20

Bei der letzten Statistikklausur wurden folgende Ergebnisse festgestellt:

Punkte:	$0 \leq x < 25$	$25 \leq x < 50$	$50 \leq x < 75$	$75 \leq x \leq 100$
Anzahl Studenten	50	100	170	80

- Zeichnen Sie das zugehörige Histogramm
- Zeichnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion.
- Wie hoch ist die Durchschnittspunktzahl und wie groß ist die Standardabweichung?
- Welcher Prozentsatz an Studenten erzielte mind. 90 % der Punkte?
- Wie hoch ist die Punktzahl, die von 80 % der Studenten erreicht wurde?

Lösung:

$$\bar{x} = \frac{12,5 \cdot 50 + 37,5 \cdot 100 + 62,5 \cdot 170 + 87,5 \cdot 80}{400} = \frac{22.000}{400} = 55$$

$$\sigma^2 = \frac{12,5^2 \cdot 50 + 37,5^2 \cdot 100 + 62,5^2 \cdot 170 + 87,5^2 \cdot 80}{400} - 55^2$$

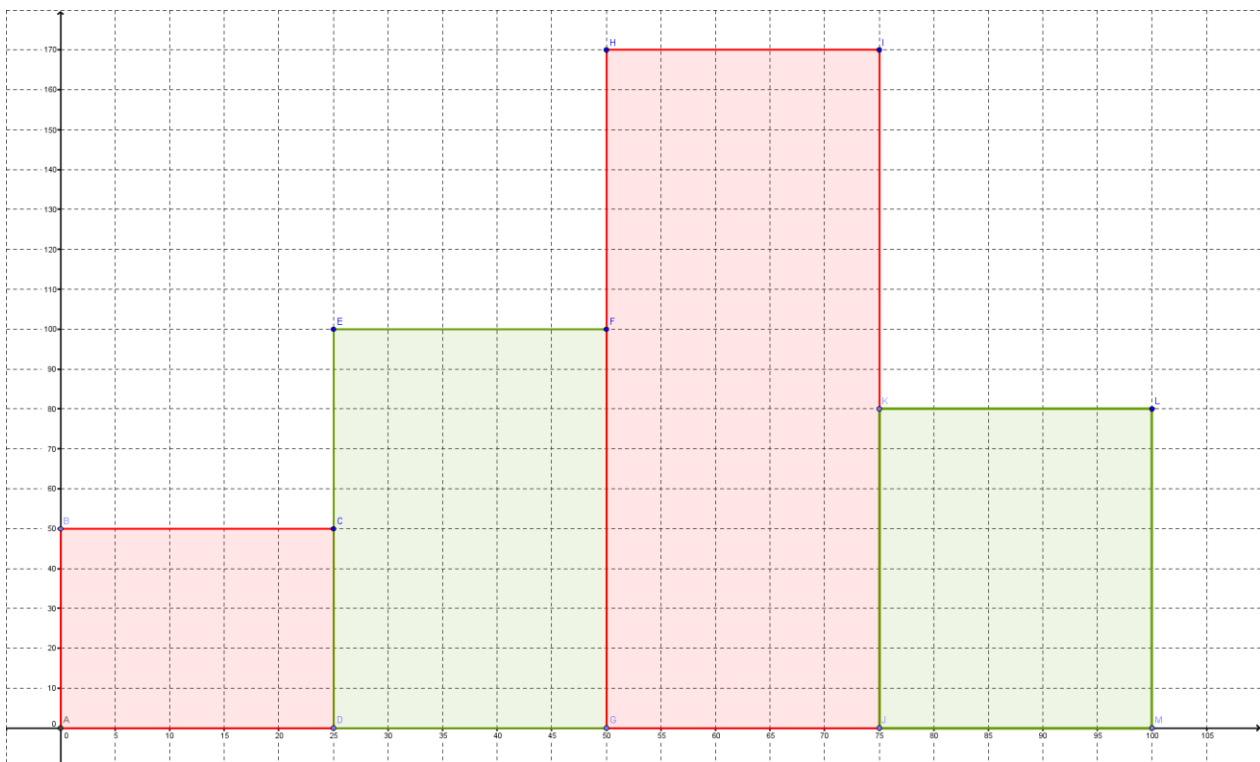
$$\sigma^2 = \frac{1.425.000}{400} - 3.025 = 537,5$$

$$\sigma = \sqrt{537,5} = 23,184$$

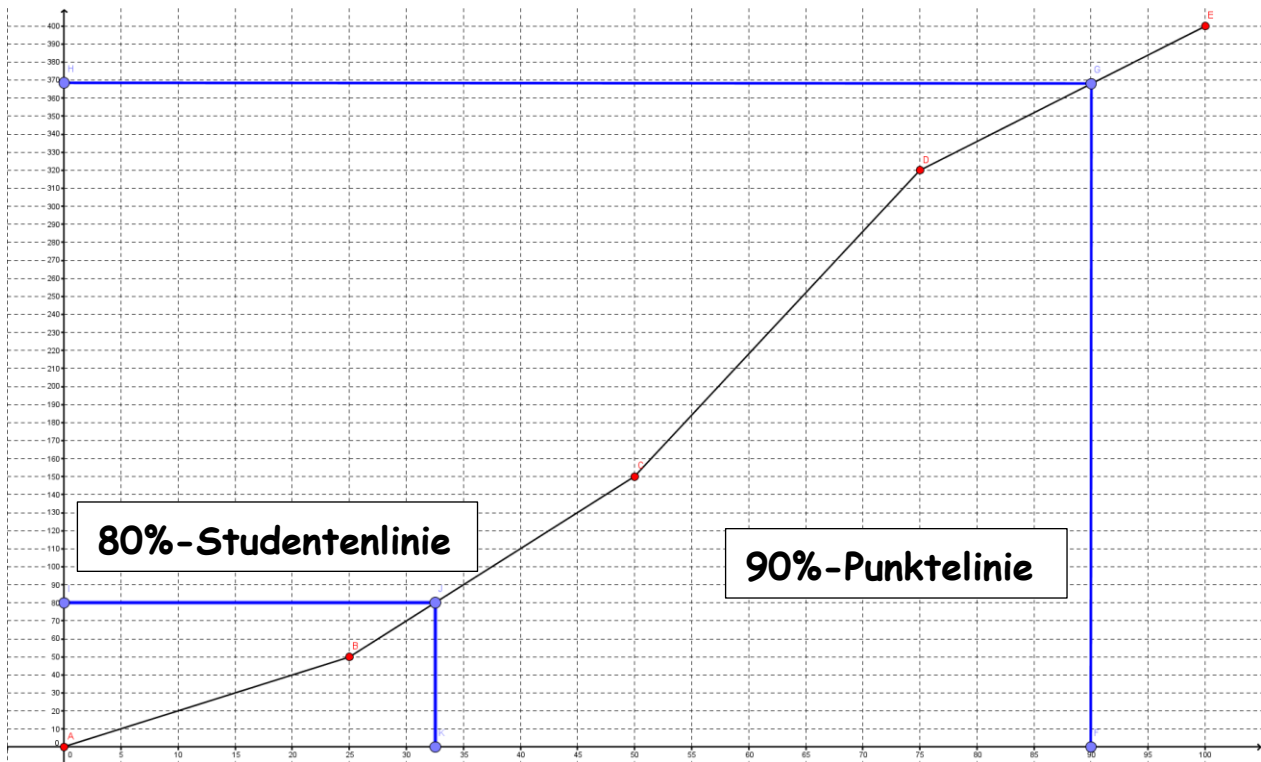
Ab ca. 368 Studenten hat man die 90 %-Grenze erreicht; d.h. 32 Studenten haben 90 % und mehr an Punkten erreicht $\Rightarrow 32/400 = 0,08$
 $\Rightarrow 8 \%$ der Studenten erreichten die 90 %-Grenze.

Die Punktzahl, die von 80 % der Studenten erreicht wurde, lautet ca. 32,5 Punkte, denn diese Leistung wurde von ca. 320 Studenten realisiert.

Histogramm:



Verteilungsfunktion (Polygonzug):



Aufgabe 3:

15	
----	--

In der Lokalpresse stand folgendes zu lesen:

Und nach wie vor gilt, dass die oberen 10 % der Einkommensbezieher etwa die Hälfte der Einkommensteuer bezahlen, während die untere Hälfte der Einkommensbezieher lediglich 10 % der der Einkommensteuer bestreitet.

- Erstellen Sie eine Tabelle mit den insgesamt drei Gruppen an Einkommensbeziehern und deren geleistete Einkommensteuer.
- Zeichnen Sie die zugehörige Lorenzkurve.
- Berechnen Sie nun die Ginikoeffizient.

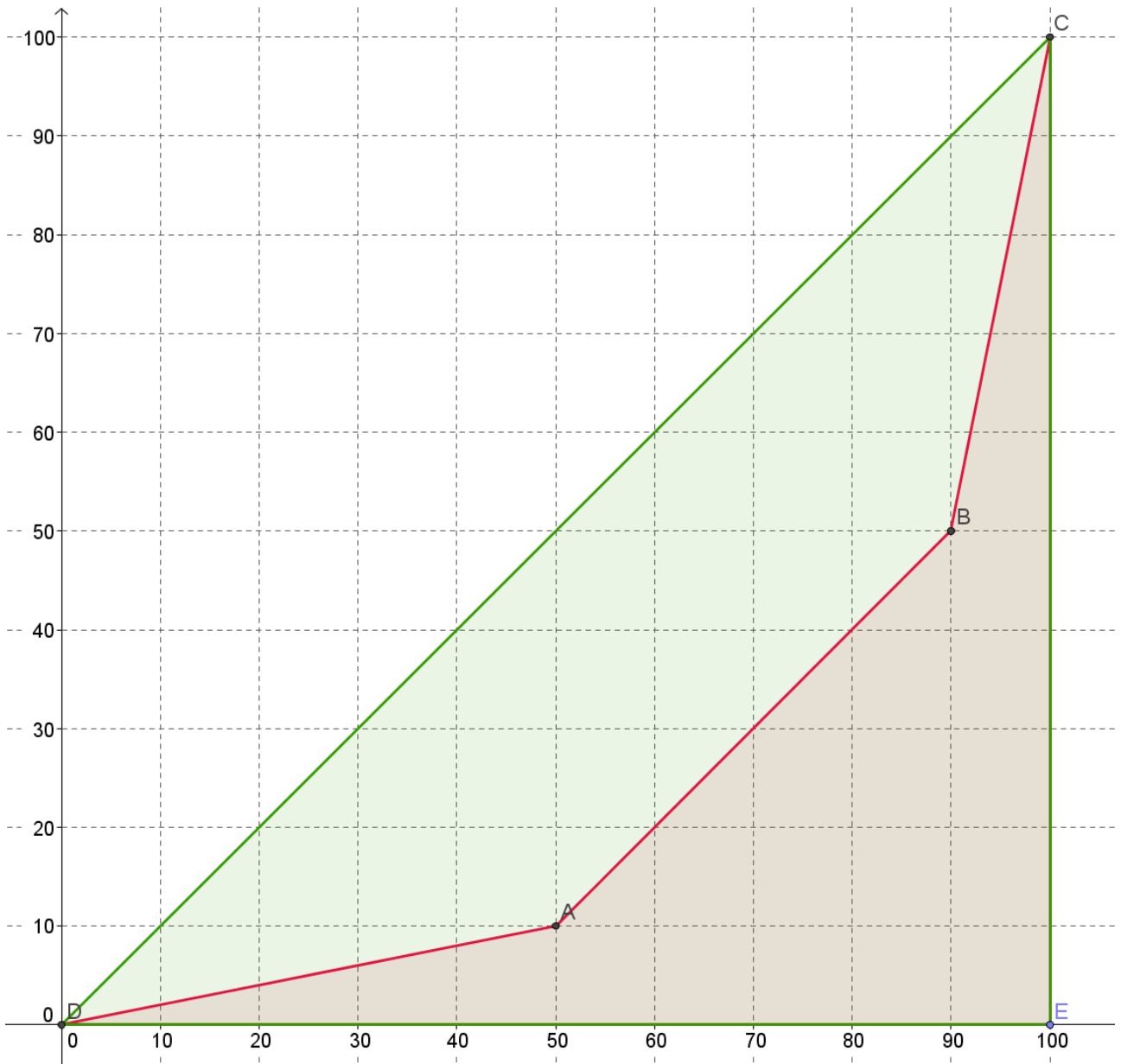
Lösung:

Einkommensbezieher	50 %	40 %	10 %
Einkommensteuer	10 %	40 %	50 %

$$GK = \frac{0,28}{0,5} = 0,56$$

Trapezflächen:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,1 = 0,025 \\ A_2 &= 0,5 \cdot (0,1 + 0,5) \cdot 0,4 = 0,12 \\ A_3 &= 0,5 \cdot (0,5 + 1) \cdot 0,1 = 0,075 \end{aligned} \right\} A_{\sum \text{Trapez}} = 0,22 \quad \text{und} \quad K_{Max} = 0,5$$



Aufgabe 4:

8	
---	--

Gegeben sind folgende Größen:

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1053 \quad \text{und} \quad \bar{x} = 32 \quad \text{und} \quad \bar{y} = 34$$

Berechnen Sie aus diesen Daten das Ergebnis von: $\sum_{i=1}^5 (x_i y_i)$.

Lösung:

$$\sum_{i=1}^5 (x_i y_i - x_i \bar{y} - y_i \bar{x} + \bar{x} \bar{y}) = 1053 \rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i y_i - \sum_{i=1}^5 x_i \bar{y} - \sum_{i=1}^5 y_i \bar{x} + \sum_{i=1}^5 \bar{x} \bar{y} = 1053$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i y_i - \bar{y} \cdot \sum_{i=1}^5 x_i - \bar{x} \cdot \sum_{i=1}^5 y_i + 5 \cdot \bar{x} \bar{y} = 1053$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i y_i - \bar{y} \cdot 5 \cdot \bar{x} - \bar{x} \cdot 5 \cdot \bar{y} + 5 \cdot \bar{x} \bar{y} = 1053$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5 \cdot \bar{y} \bar{x} - 5 \cdot \bar{x} \bar{y} + 5 \cdot \bar{x} \bar{y} = 1053 \rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1053 + 5 \cdot \bar{y} \bar{x} \rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1053 + 5 \cdot 32 \cdot 34 = 6.493$$

Aufgabe 5:

12	
----	--

Es werde ein Warenkorb mit vier Gütern herangezogen. Mengen und Preise sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Gut Nr.	Jahr 2008		Jahr 2012	
	Menge	Preis	Menge	Preis
1	10	40	10	60
2	10	30	8	45
3	5	20	25	30
4	25	80	5	120

a) Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres für 2012 zur Basis 2008 und die jährliche Preissteigerung.

b) Berechnen Sie den Preisindex nach Paasche für 2012 zur Basis 2008.

Lösung:

$$L_P = \frac{60 \cdot 10 + 45 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 120 \cdot 25}{40 \cdot 10 + 30 \cdot 10 + 20 \cdot 5 + 80 \cdot 25} = \frac{4.200}{2.800} = 1,5$$

$$\rightarrow p = \left(\sqrt[4]{1,5} - 1 \right) \cdot 100 = 10,6682 [\%]$$

$$P_P = \frac{60 \cdot 10 + 45 \cdot 8 + 30 \cdot 25 + 120 \cdot 5}{40 \cdot 10 + 30 \cdot 8 + 20 \cdot 25 + 80 \cdot 5} = \frac{2.310}{1.540} = 1,5$$