Klausur: Mathematik und Statistik

Lehrveranstaltung: Statistik

Fakultät für Wirtschaft

Studiengang: BWL - Öffentliche Wirtschaft

Datum: 25.06.2021

Studierende Matrikelnummer:

Dozent/in: Jürgen Meisel

Kurs: WOW20A **Semester:** 2.

Hilfsmittel: ***Wiss. TR (nicht programmierbar) / Formelsammlung***

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Bewertung: **Maximale Punktzahl:** 60 Punkte

Erreichte Punktzahl:

Datum, Unterschrift

……………………………………..

Anmerkungen:

Von 7 gestellten Aufgaben müssen 5 ausgewählt und bearbeitet werden.

Auf-gabennr.:	Thema / Bereich	maximale Punkte	erreichte Punkte	Bemerkungen
1	Mittelwerte & Streumaße (diskret)	12		
2	Mittelwerte & Streumaße (klassiert)	12		
3	Zeitreihenanalyse (Tertiale & Quartale)	12		
4	Konzentration (Ginikoeff. & Lorenzkurve)	12		
5	Regression & Korrelation	12		
6	Preisindizes und Inflationsrate	12		
7	Stochastik: Verteilung (diskret / stetig)	12		
		5 aus 7		
Summe		**60**		

Klausur: Statistik – 25.06.2021

Jürgen Meisel

Hilfsmittel: Wiss. nicht progr. Taschenrechner + Formelsammlung
Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1: Mittelwerte und Streumaße (diskret)

In der aktuellen Corona-Phase war die Teilnahmequote am Online-Unterricht (insgesamt 50 Unterrichtseinheiten) in den Kursen von Harry Hurtig eher schwankend.

Folgendes Ergebnis konnte er feststellen:

Teilnahmequote (in %)	35	50	95	100	80	75	90
Anzahl Termine	2	5	15	10	8	???	6

a) Ermitteln Sie folgende Werte bzgl. der Teilnahmequote (pro Termin):
   - ⇨ Arithmetisches Mittel und Standardabweichung
   - ⇨ Median und Quartil 1 und Quartil 3
   - ⇨ Modus/Modalwert

b) Zeichnen Sie den zugehörigen BoxPlot

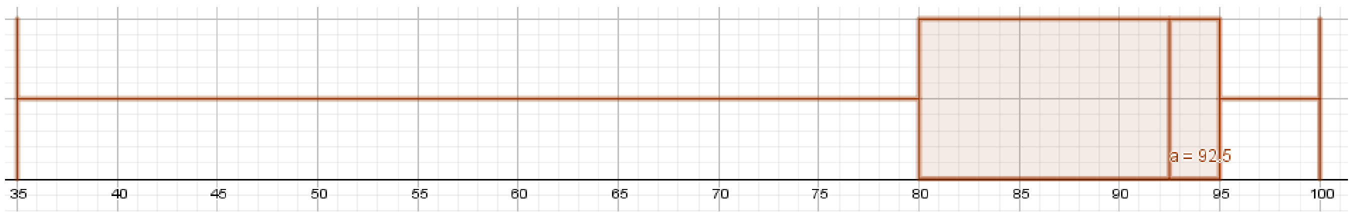
Teilnahmequote (in %)	35	50	95	100	80	75	90	
Anzahl Termine	2	5	15	10	8	4	6	50
	70	250	1425	1000	640	300	540	4225
	2450	12500	135375	100000	51200	22500	48600	372625

Mittelwert	84,5	Modus	95
Varianz	312,25		
Standardabweichung	17,67		

Geordnete Tabelle

Teilnahmequote (in %)	35	50	75	80	90	95	100
Anzahl Termine	2	5	4	8	6	15	10

Median	(x25+x26)/2	92,5
Quartil 1	x12 + 1=x13	80
Quartil 3	x37 + 1=x38	95



Aufgabe 2: **Mittelwerte und Streumaße (klassiert)**

In der nachfolgenden Tabelle sind 100 Geburten nach dem Alter der Mutter in Deutschland im Jahre 2016 angegeben:

Klasse	Anzahl	p_i	$\Sigma\, p_i$	Klassen-breite	Klassen-mitte	Hdi/hdi
[15 - 20[		0,02				
[20 - 25[			0,12			
[25 - ???[			0,37	3		
[??? - 32[	40					
[??? - ???[					36	
[??? - 50]		0,03				
Summe	100		---	---	---	---

Ermitteln Sie folgende Werte bzgl. der Geburten:

- ⇨ Arithmetisches Mittel und Standardabweichung
- ⇨ Median und Quartil 1 und Quartil 3
- ⇨ Modus/Modalwert

Klasse	Anzahl	p_i	$\Sigma\, p_i$	Klassen-breite	Klassen-mitte	Hdi/hdi	Zur Berechnung der Varianz
[15 - 20[	2	0,02	0,02	5	17,5	0,40	6,125
[20 - 25[	10	0,10	0,12	5	22,5	2,00	50,625
[25 - ???[=> [25 - 28[	25	0,25	0,37	3	26,5	8,33	175,5625
[??? - 32[=> [28 - 32[	40	0,40	0,77	4	30	10,00	360
[??? - ???[=> [32 - 40[	20	0,20	0,97	8	36	2,50	259,2
[??? - 50] => [40 - 50]	3	0,03	1,00	10	45	0,30	60,75
Summe	100		---	---	---	---	912,2625

Mittelwert	29,78	D14*G14+D15*G15+D16*G16+D17*G17+D18*G18+D19*G19
Varianz	25,71	
Standardabweichung	5,07	

Modus: Modale Klasse: [28 - 32[=> Modus = 30

Median:

$$\overline{x_M} \Rightarrow \overline{x_{0,5}} = [28\,;32] \rightarrow \overline{x_{0,5}} = 28 + \frac{4\cdot[0,5-0,37]}{0,4} = 29,3$$

Quartile:

$$q_1 \Rightarrow \overline{x_{0,25}} = [25\,;28] \rightarrow \overline{x_{0,25}} = 25 + \frac{3\cdot[0,25-0,12]}{0,25} = 26,56$$

$$q_3 \Rightarrow \overline{x_{0,75}} = [28\,;32] \rightarrow \overline{x_{0,75}} = 28 + \frac{4\cdot[0,75-0,37]}{0,4} = 31,8$$

Aufgabe 3: **Zeitreihenanalyse**

Bestimmen Sie die „saisonbereinigten" Zahlen der Wahlbeteiligung der Bundestagswahlen von 1969 bis 2017 (=> Bitte verwenden Sie hierfür die **Anlage – Zeitreihenanalyse**.)

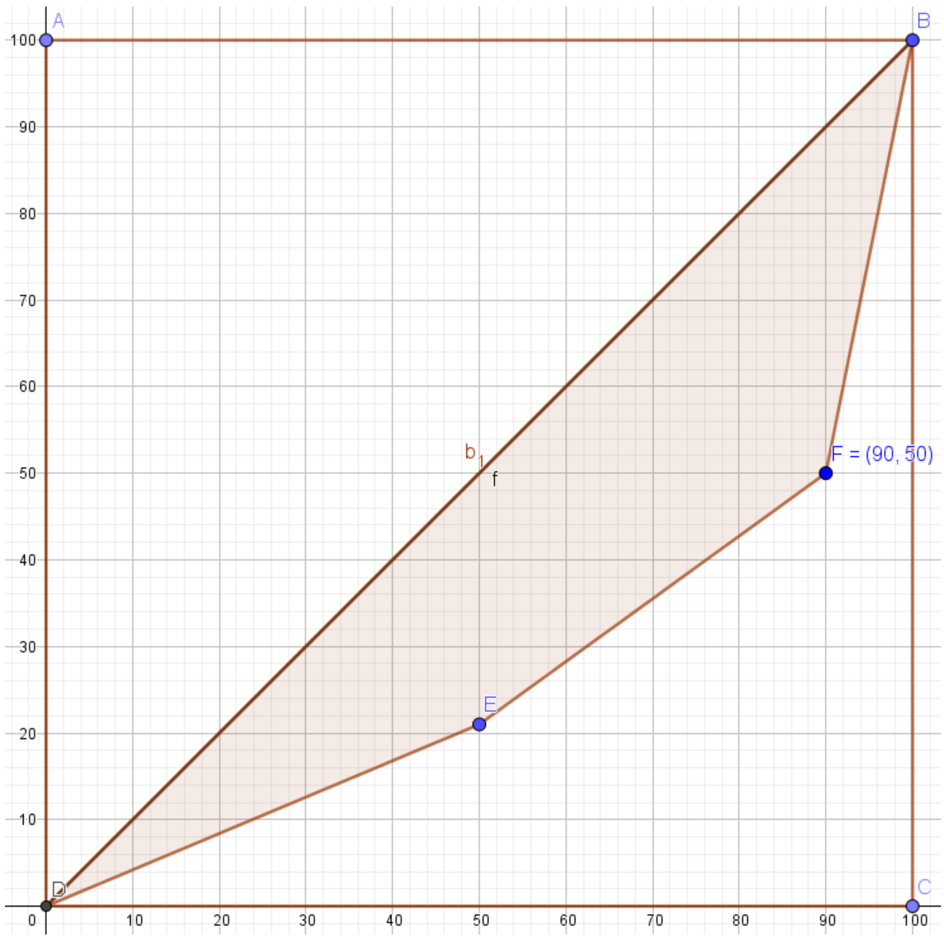
Aufgabe 4: **Konzentration (Gini-Koeffizient und Lorenzkurve)**

In einer Stadt gibt es 10 Facharzt-Niederlassungen, die sich bezüglich ihres Honorarumsatzes unterscheiden. Im Jahr 2020 erzielten alle Ärzte zusammen ein Gesamthonorar in Höhe von 7 Mio. €.

- ⇨ Allein 50 % davon entfiel auf die Facharztniederlassung KQ - Kunigunde Quacksalver.
- ⇨ 5 Niederlassungen (A – E) erzielten jeweils 300.000 €.
- ⇨ Die übrigen Niederlassungen (F, G, H und I) teilten sich den Restbetrag gleichverteilt auf.

a) Bestimmen Sie den Gini-Koeffizient.

b) Zeichnen Sie die zugehörige Lorenzkurve.



Gini-Koeffizient: **GK = 0,461**

10 Teilnehmer			Gewinne			
Anzahl	rel. Häufigkeit	kum. rel. H'keit	Einzelsumme	Summe/Klasse	rel. Häufigkeit	kum. rel. H'keit
5	0,5	0,5	300.000,00	1.500.000,00	0,21	0,21
4	0,4	0,9	500.000,00	2.000.000,00	0,29	0,50
1	0,1	1	3.500.000,00	3.500.000,00	0,50	1,00
10	1		7.000.000,00	7.000.000,00	1	

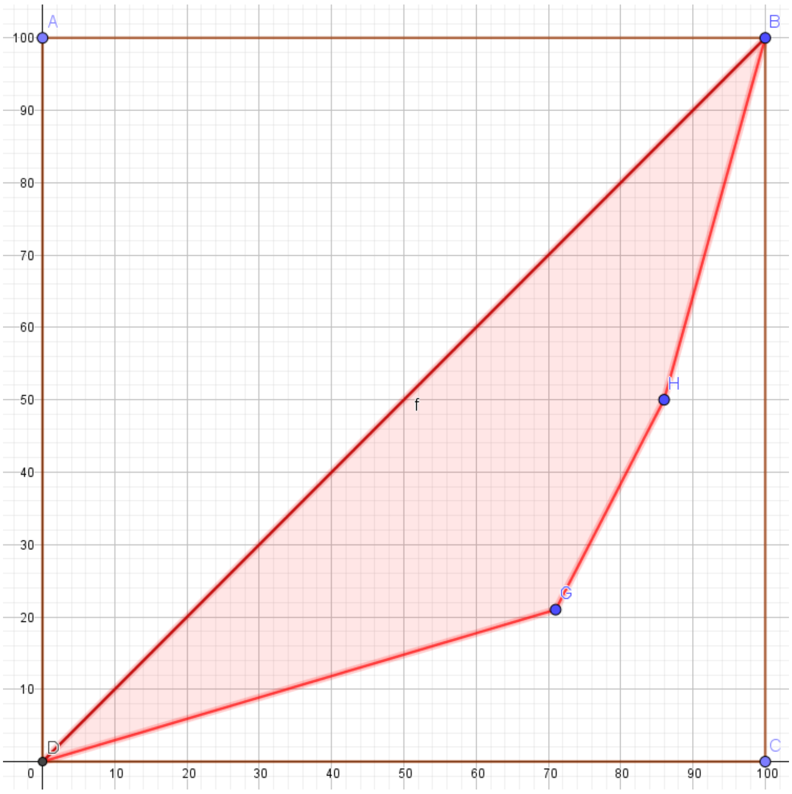
GK:	0,461	
Fläche 1:	0,5*0,21*0,5	0,0525
Fläche 2:	0,5*(0,21+0,5)*0,4	0,142
Fläche 3:	0,5*(0,5+1)*0,1	0,075
Summe:		0,2695
KF		0,2305
GK		0,461

Um besser gegen die große Facharzt-Niederlassung KQ bestehen zu können, wollen sich die 4 Niederlassungen (F, G, H und I) zu einer Praxisgemeinschaft zusammenschließen.

c) Beurteilen und begründen Sie nun die daraus entstehende „neue" Lorenzkurve und den Gini-Koeffizienten.

10 Teilnehmer			Gewinne			
Anzahl	rel. Häufigkeit	kum. rel. H'keit	Einzelsumme	Summe/Klasse	rel. Häufigkeit	kum. rel. H'keit
5	0,71	0,71	300.000,00	1.500.000,00	0,21	0,21
1	0,14	0,86	2.000.000,00	2.000.000,00	0,29	0,50
1	0,14	1,00	3.500.000,00	3.500.000,00	0,50	1,00
7	1		7.000.000,00	7.000.000,00	1	

GK:	0,5344	
Fläche 1:	0,71*0,21*0,5	0,07455
Fläche 2:	0,5*(0,21+0,5)*0,15	0,05325
Fläche 3:	0,5*(0,5+1)*0,14	0,105
Summe:		0,2328
KF		0,2672
GK		0,5344



Beurteilung: Die Konzentration nimmt ab, da nun die Verteilung auf große Arztpraxen nicht mehr so dominant auf eine Praxis konzentriert ist.

Aufgabe 5: Regression & Korrelation

Das Unternehmen Emmelmaus möchte den Einfluss seiner Werbemaßnahmen auf den erzielten Umsatz quantifizieren. Hierfür werden die jährlichen Ausgaben für Werbung und die jährlich erzielten Umsätze über einen Zeitraum von acht Jahren erfasst.

Die Daten sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Jahr	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**
Werbeausgaben [in 1000 €]	**8**	**9**	**12**	**14**	**10**	**12**	**14**	**16**
Umsatz [in 100.000 €]	**20**	**25**	**30**	**32**	**30**	**25**	**30**	**38**

a) Bestimmen Sie die lineare Regressionsfunktion aus den Werbeausgaben und dem „resultierenden“ Umsatz.
b) Welchen Umsatz kann das Unternehmen bei einem Werbeetat von 20.000 € erwarten?
c) In welcher Höhe müssen die Werbeausgaben angesetzt werden, wenn ein Umsatz von 70 Mio. € erzielt werden soll?
d) Ermitteln Sie die Korrelation nach ***Pearson*** und die Kovarianz zwischen Werbeausgaben und Umsatz.

Jahr	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	Summe	MW
Werbeausgaben [in 1000 €]	8	9	12	14	10	12	14	16	95	11,875
Umsatz [in 100.000 €]	20	25	30	32	30	25	30	38	230	28,75
x*y	160	225	360	448	300	300	420	608	2821	
COV	11,21875									

Regressionsgerade	Steigung:	1,697	Gerade:	1,697x + 8,59
	y-Achsenabschnitt:	8,59		

Korrelations-koeffizient:	0,8610004	Kovarianz	11,21875

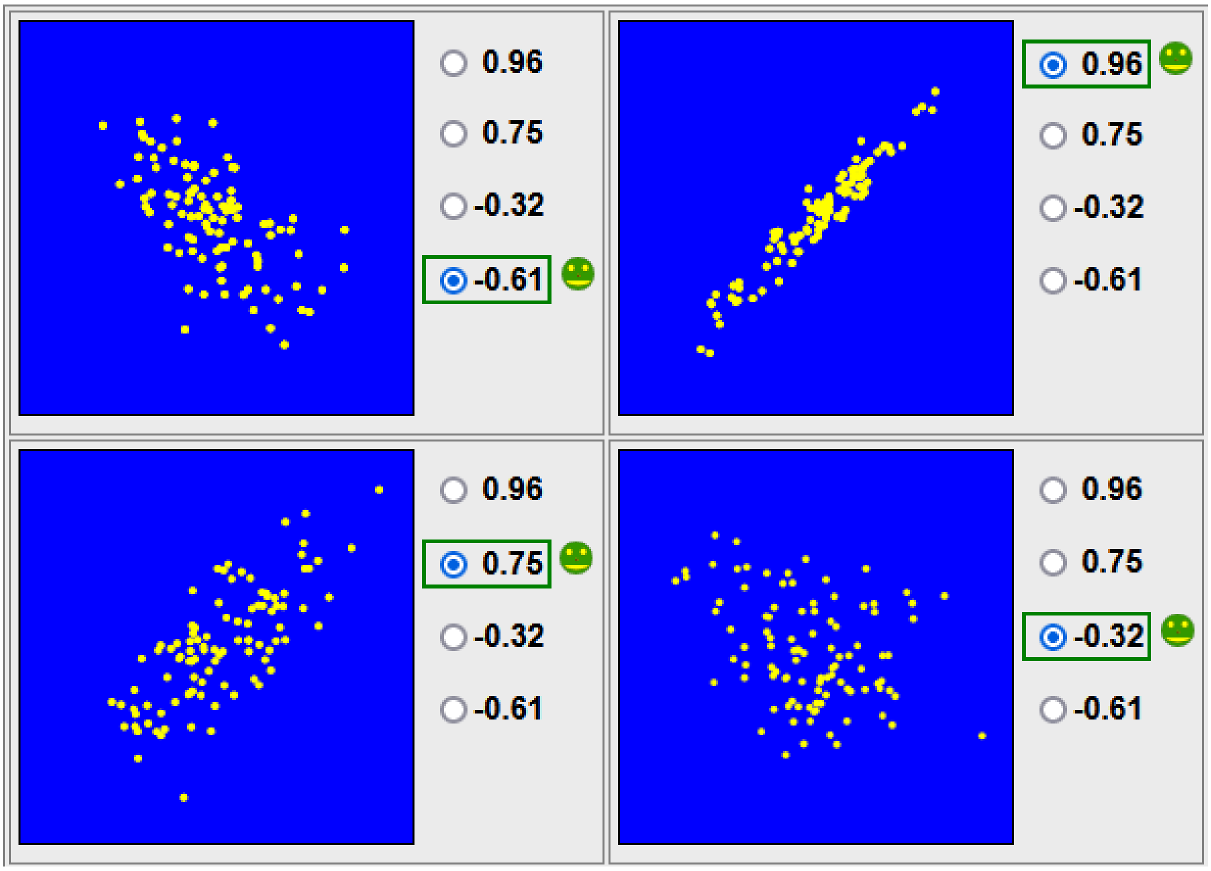
Welchen Umsatz kann das Unternehmen bei einem Werbeetat von 20.000 € erwarten?

$$y = 8,6 + 1,7 \cdot x \quad \rightarrow \quad y = 8,6 + 1,7 \cdot 20 \quad \rightarrow \quad y \approx 42,6 \quad \rightarrow \quad y \approx 4.260.000\,[€]$$

In welcher Höhe müssen die Werbeausgaben angesetzt werden, wenn ein Umsatz von 70 Mio. € erzielt werden soll?

$$y = 8,6 + 1,7 \cdot x \quad \rightarrow \quad 700 = 8,6 + 1,7 \cdot x \quad \rightarrow \quad x = 406,705 \quad \rightarrow \quad x = 406.705\,[€]$$

e) Ordnen Sie die Streudiagramme den Korrelationskoeffizienten zu.



Aufgabe 6: **Preisindizes und Inflation**

Der Warenkorb zur Ermittlung der Preisindizes wird auch regionalspezifisch berechnet. Daher existiert natürlich auch der Pfälzische Warenkorb unter der Abkürzung WWW => **W**(eck)**W**(orschd)**W**(oi).

Folgende Daten sind für Kuno Knollenoos bekannt:

Produkte	Daten aus Juni 2016			Daten aus Juni 2020		
	Menge	Preis (pro ME)	Umsatz in €	Menge	Preis (pro ME)	Umsatz in €
Weck	60		18,00	70	0,40	
Brot	10	3,00			4,20	42,00
Worschd		5,00	40,00		6,00	60,00
Weißwoi	12		36,00	15		60,00
Rotwoi		3,00	45,00	10	3,50	

a) Berechnen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher.

b) Bestimmen Sie die jährliche Preisänderungsrate aufgrund des Index nach Laspeyres.

Produkte	Daten aus Juni 2016			Daten aus Juni 2020		
	Menge	Preis (pro ME)	Umsatz in €	Menge	Preis (pro ME)	Umsatz in €
Weck	60	0,3	18	70	0,4	28
Brot	10	3	30	10	4,2	42
Worschd	8	5	40	10	6	60
Weißwoi	12	3	36	15	4	60
Rotwoi	15	3	45	10	3,5	35

		Summe:	169		Summe:	225
	Laspeyres:	1,269				
			Fisher:	1,274	Preisänderung:	6,14
	Paasche	1,278				

Aufgabe 7: **Stochastik – Binomial- und Normalverteilung**

In einer Pfälzer Fabrik werden fettarme Kartoffelchips hergestellt und in Tüten zum Verkauf abgefüllt. Das durchschnittliche Gewicht der Tüten soll nach Werksangaben bei 250 Gramm liegen. Es wird eine Standardabweichung von 10 Gramm zugelassen.
Eine Tüte geht nur in den Verkauf, wenn diese Rahmendaten eingehalten werden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) eine Tüte mindestens 260 Gramm wiegt?

$$P(X \geq 260) = 1 - P(X < 260) \overset{z=\frac{260-250}{10}}{\underset{z=1}{=}} 1 - \Phi(1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$$

b) eine Tüte höchstens 240 Gramm wiegt?

$$P(X \leq 240) \overset{z=\frac{240-250}{10}}{\underset{z=-1}{=}} \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$$

c) eine Tüte nicht in den Verkauf geht?

$$1 - P(240 \leq X \leq 260) = 1 - \left[2\Phi(1) - 1\right] = 0{,}3174$$

Nun wird noch eine Blind-Chipsverkostung durchgeführt. Ein Chips-Kenner behauptet mit einer Wahrscheinlichkeit von p = 0,9 (= 90 %) fettarme Kartoffelchips zu erkennen.
Es wird ein Test von 10 Proben durchgeführt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt er in seiner Einschätzung

d) genau achtmal richtig? $B_{10;0,9}(X = 8) = \binom{10}{8} 0{,}9^8 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}1937$

e) höchstens dreimal falsch? $B_{10;0,1}(X \leq 3) = \sum_{X=0}^{3} \binom{10}{X} 0{,}1^X \cdot 0{,}9^{10-X} = 0{,}9872$

Anlage zu Aufgabe 3: Zeitreihenanalyse

Jahr/ Tertial	Wahlbeteiligung [in %]	gleitender Durchschnitt	Differenz Tertial I	Differenz Tertial II	Differenz Tertial III	Saison-komponente	Saisonbereinigte Werte
1969 / I	86,7						
1972 / II	91,1						
1976 / III	90,7						
1980 / I	88,6						
1983 / II	89,1						
1987 / III	84,3						
1990 / I	77,8						
1994 / II	79,0						
1998 / III	82,2						
2002 / I	79,1						
2005 / II	77,7						
2009 / III	70,8						
2013 / I	71,5						
2017 / II	76,2						
		Durchschnitt					

Lösung:

Jahr/Tertial	Wahlbeteiligung [in %]	gleitender Durchschnitt	Differenz Tertial I	Differenz Tertial II	Differenz Tertial III	Saison-komponente	Saisonbereinigte Werte
1969 / I	86,7					-1,325	88,025
1972 / II	91,1	89,50		1,60		1,142	89,958
1976 / III	90,7	90,13			0,57	0,183	90,517
1980 / I	88,6	89,47	-0,87			-1,325	89,925
1983 / II	89,1	87,33		1,77		1,142	87,958
1987 / III	84,3	83,73			0,57	0,183	84,117
1990 / I	77,8	80,37	-2,57			-1,325	79,125
1994 / II	79	79,67		-0,67		1,142	77,858
1998 / III	82,2	80,10			2,10	0,183	82,017
2002 / I	79,1	79,67	-0,57			-1,325	80,425
2005 / II	77,7	75,87		1,83		1,142	76,558
2009 / III	70,8	73,33			-2,53	0,183	70,617
2013 / I	71,5	72,83	-1,33			-1,325	72,825
2017 / II	76,2					1,142	75,058
		Durchschnitt	-1,333	1,133	0,175		
		Kontrolle	-0,025	Korrektur:	-0,0083		
		Korrektur:					
		Durchscnitt (neu)	-1,325	1,142	0,183		