**Klausur: Mathematik und Statistik**

Lehrveranstaltung: Statistik

**Fakultät für Wirtschaft**

**Studiengang**: **BWL-Öffentliche Wirtschaft** **Datum: 26.06.2025**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Studierende(r) Matrikelnummer:** |  | | **Dozent:** Jürgen Meisel | |
| **Kurs: WOW A** | **Studienjahrgang: 2024** |  | **Semester: 2** |  |
| **Hilfsmittel:** | ***Wiss. TR (nicht programmierbar) / Formelsammlung mit eigenen Ergänzungen*** | | **Bearbeitungs- und Auswahlzeit:** | **75 Minuten** |
| **Bewertung:** | **Maximale Punktzahl: 60** |  | **Erreichte Punktzahl:** |  |
|  |  | | **Datum, Unterschrift** | |
|  |  | | …………………………………….. | |
| **Anmerkungen:** | ***Von 8 gestellten Aufgaben müssen 5 ausgewählt und bearbeitet***  ***werden.*** | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Auf-**  **gabennr.:** | **Thema / Bereich** | **maximale**  **Punkte** | **erreichte**  **Punkte** | Bemerkungen |
| **1** | **Mittelwerte & Streumaße (diskret)** | **12** |  |  |
| **2** | **Mittelwerte & Streumaße (klassiert)** | **12** |  |  |
| **3** | **Konzentration**  **(Ginikoeff. & Lorenzkurve)** | **12** |  |  |
| **4** | **Regression &**  **Korrelation** | **12** |  |  |
| **5** | **Preisindizes und Inflationsrate** | **12** |  |  |
| **6** | **Stochastik: Verteilung (diskret)** | **12** |  |  |
| **7** | **Stochastik: Verteilung (stetig)** | **12** |  |  |
| **8** | **Fragen zu Mittelwetrten** | **12** |  |  |
|  |  | **5 aus 8** |  |  |
| **Summe** |  | **60** |  |  |

**Hilfsmittel: Wiss. Taschenrechner + Formelsammlung mit eigenen Ergänzungen**

**Bearbeitungszeit: 60 Minuten Auswahlzeit: 15 Minuten**

**Klausur: Statistik – 26.06.2025**

#### Jürgen Meisel

**Aufgabe 1**: **Mittelwerte und Streumaße (diskret)**

Dozent Rudi Hasenfuß unterrichtet an der Dualen Hochschule Mannheim im Schweiße seines Angesichts Mathematik und Statistik.

Er ist immer bemüht, realistische Beispiel in sein Programm zu integrieren.

Daher folgende Aufgabe zum Unternehmen „Feldwinkel SE“:

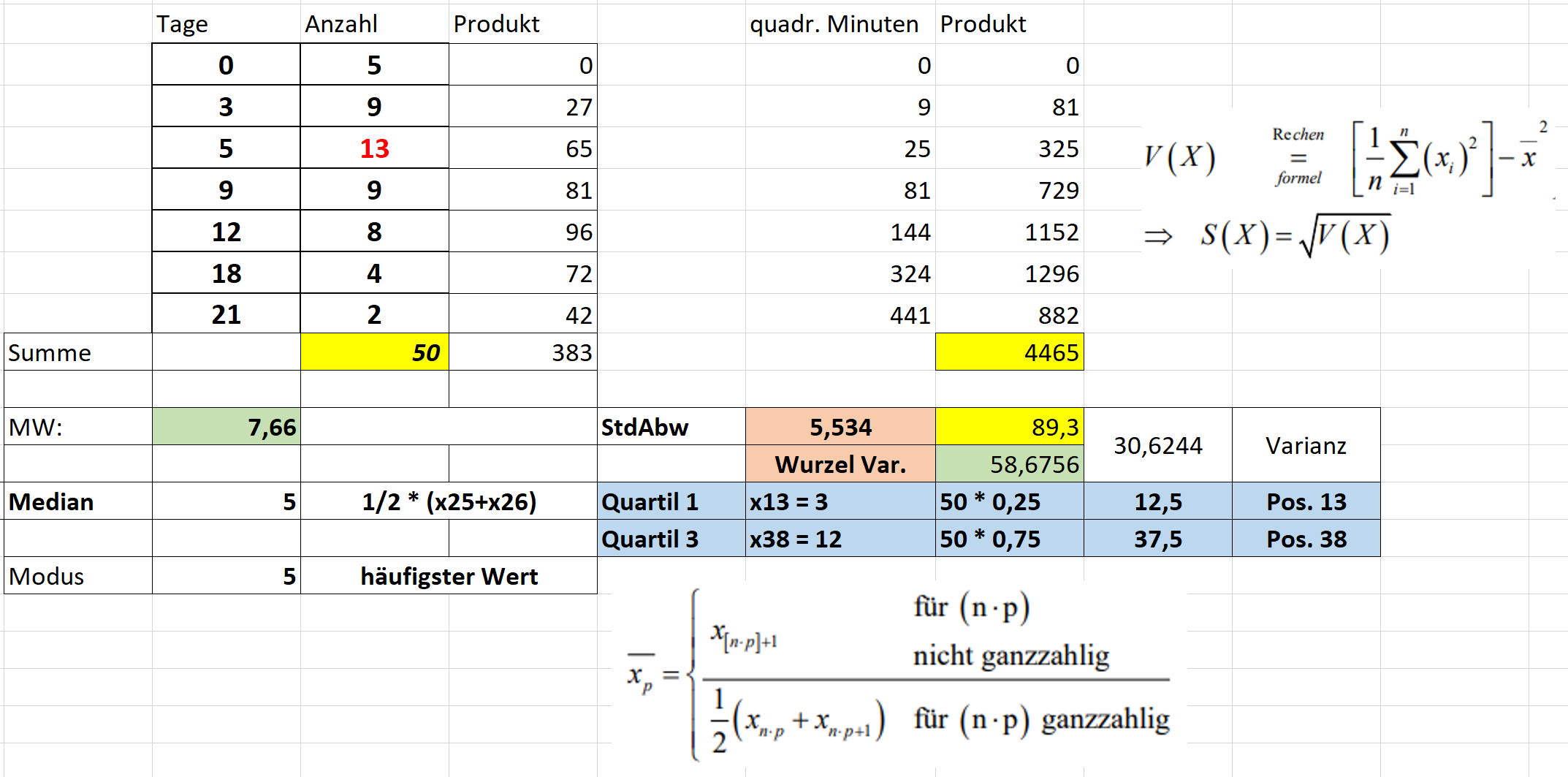
In der folgenden Tabelle sind die Fehlzeiten des Jahres 2024 der **50 Mitarbeiter**

des Unternehmens dargestellt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Fehlzeit in Tagen** | **0** | **3** | **5** | **9** | **12** | **18** | **21** |
| **Anzahl der MA** | **5** | **9** | **???** | **9** | **8** | **4** | **2** |

1. Wie hoch ist die durchschnittliche Fehlzeit der MA im Unternehmen?
2. Bestimmen Sie den Median und den Modus der Fehlzeit
3. Berechnen Sie die Quartilwerte und die Standardabweichung.

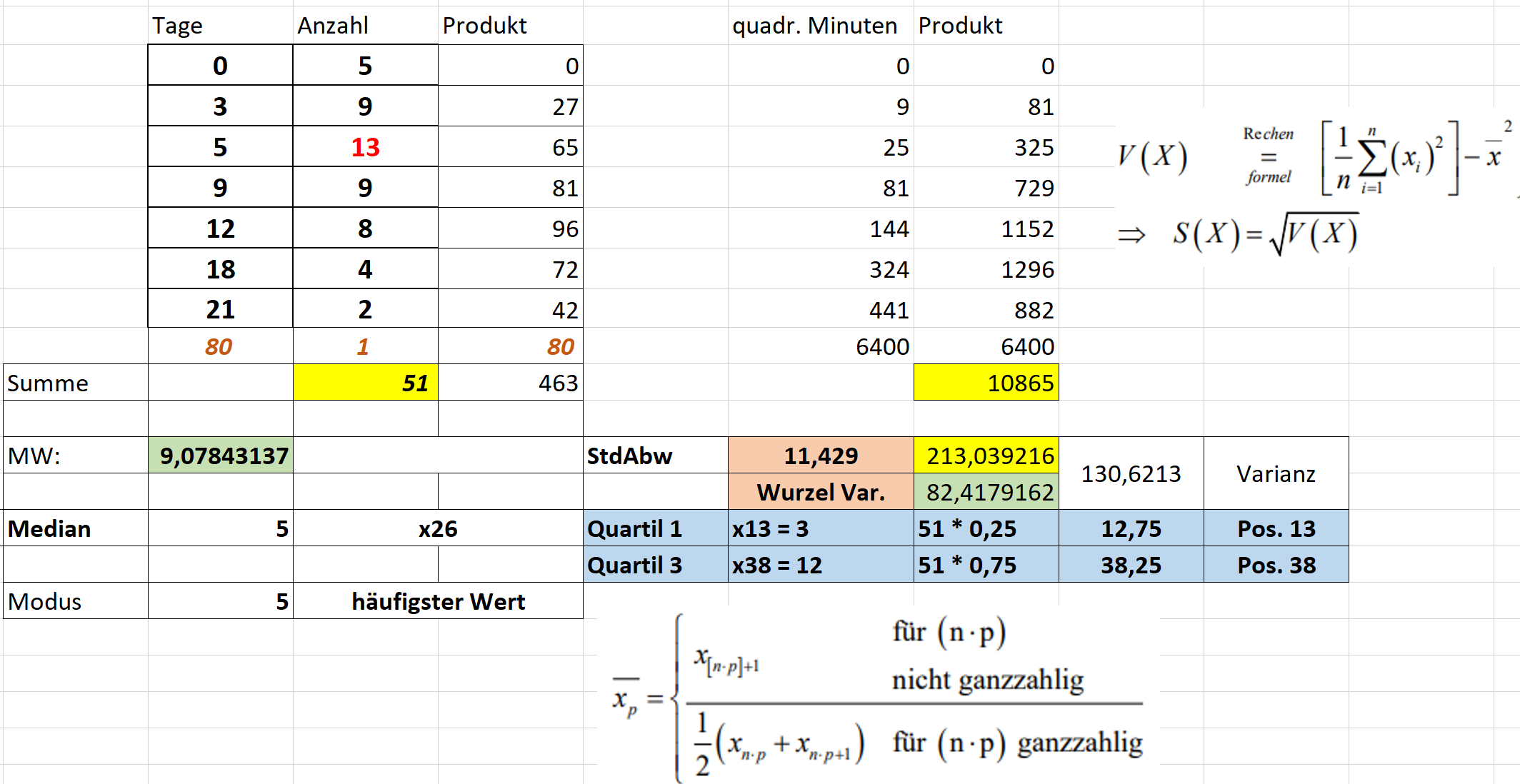
**Lösung:**

****

Die Personalabteilung hat vor kurzem festgestellt, dass ein Mitarbeiter in der Aufstellung vergessen wurde: Paul Schaffnix. Leider scheint der Name Programm zu sein – er hatte 2024 insgesamt 80 Fehlzeittage.

1. Wie verändern sich die **drei oben errechneten Mittelwerte**, wenn man diesen

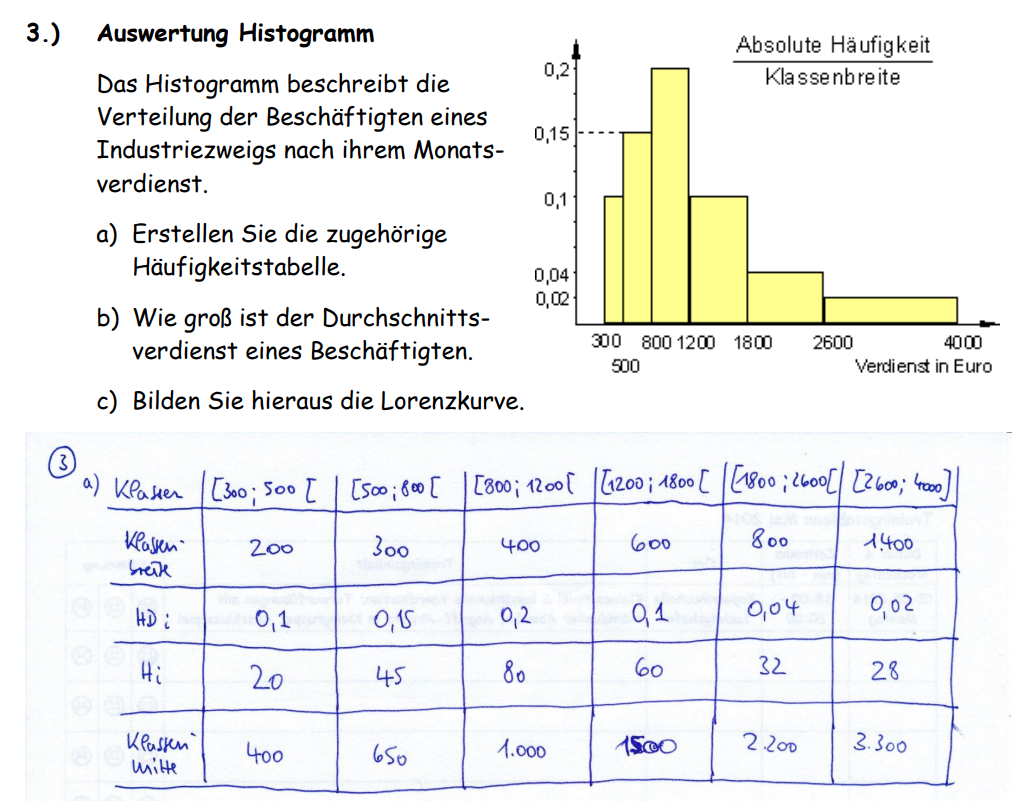
Mitarbeiter nun miteinbezieht?



**Aufgabe 2: Mittelwerte und Streumaße (klassiert)**

Das Histogramm beschreibt die Verteilung der Beschäftigten des Industrieunternehmens

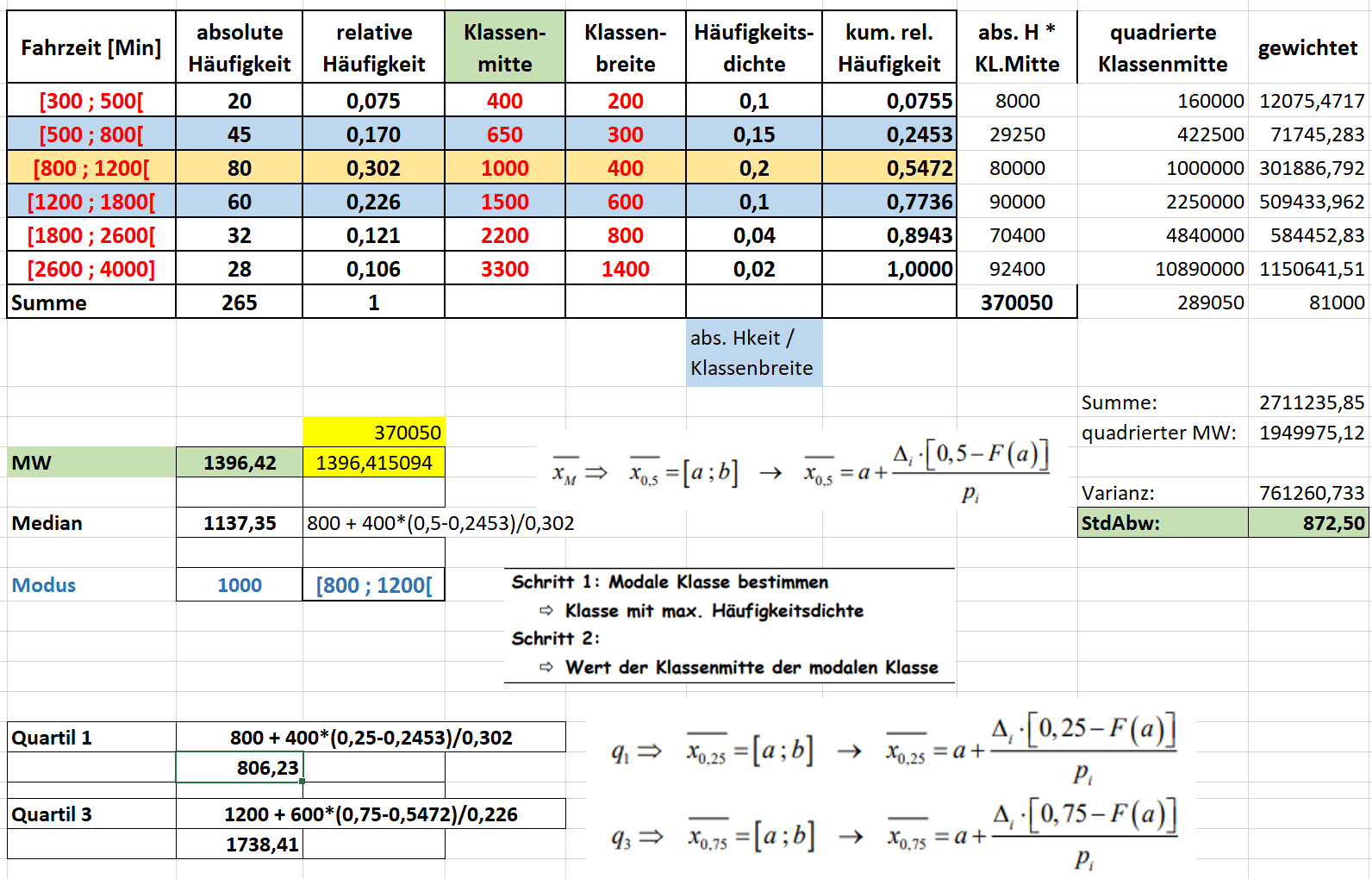
Knackfred GmbH nach ihrem Monatsverdienst.



1. Füllen Sie die in der Anlage vorgegebene Häufigkeitstabelle aus.
2. Wie hoch ist der Durchschnittsverdienst eines Beschäftigten?
3. Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung.
4. Bestimmen Sie den Median, die beiden Quartilwerte und den Modus.
5. In der Führungsetage wird behauptet, dass die meisten Beschäftigten ohnehin mehr als 2.500 Euro verdienen. Nehmen Sie zu dieser Aussage kurz Stellung – indem Sie sich auf die obigen ermittelten Ergebnisse beziehen.

***Anlage: Häufigkeitstabelle zur Aufgabe 2***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Verdienst in [€]uro (Klasse)** | **absolute Häufigkeit** | **relative Häufigkeit** | **Klassen-mitte** | **Klassen-breite** | **Häufigkeits-dichte** | **kum. rel. Häufigkeit** |
| **[300 ; 500[** | **20** | **20/265** | **400** | **200** | **0,1** | **20/265** |
| **[500 ; 800[** | **45** | **45/265** | **650** | **300** | **0,15** | **65/265** |
| **[800 ; 1200[** | **80** | **80/265** | **1000** | **400** | **0,2** | **145/265** |
| **[1200 ; 1800[** | **60** | **60/265** | **1500** | **600** | **0,1** | **205/265** |
| **[1800 ; 2600[** | **32** | **32/265** | **2200** | **800** | **0,04** | **237/265** |
| **[2600 ; 4000]** | **28** | **28/265** | **3300** | **1400** | **0,02** | **1** |
| Summe | **265** | **1** | **---** | **---** | **---** |  |

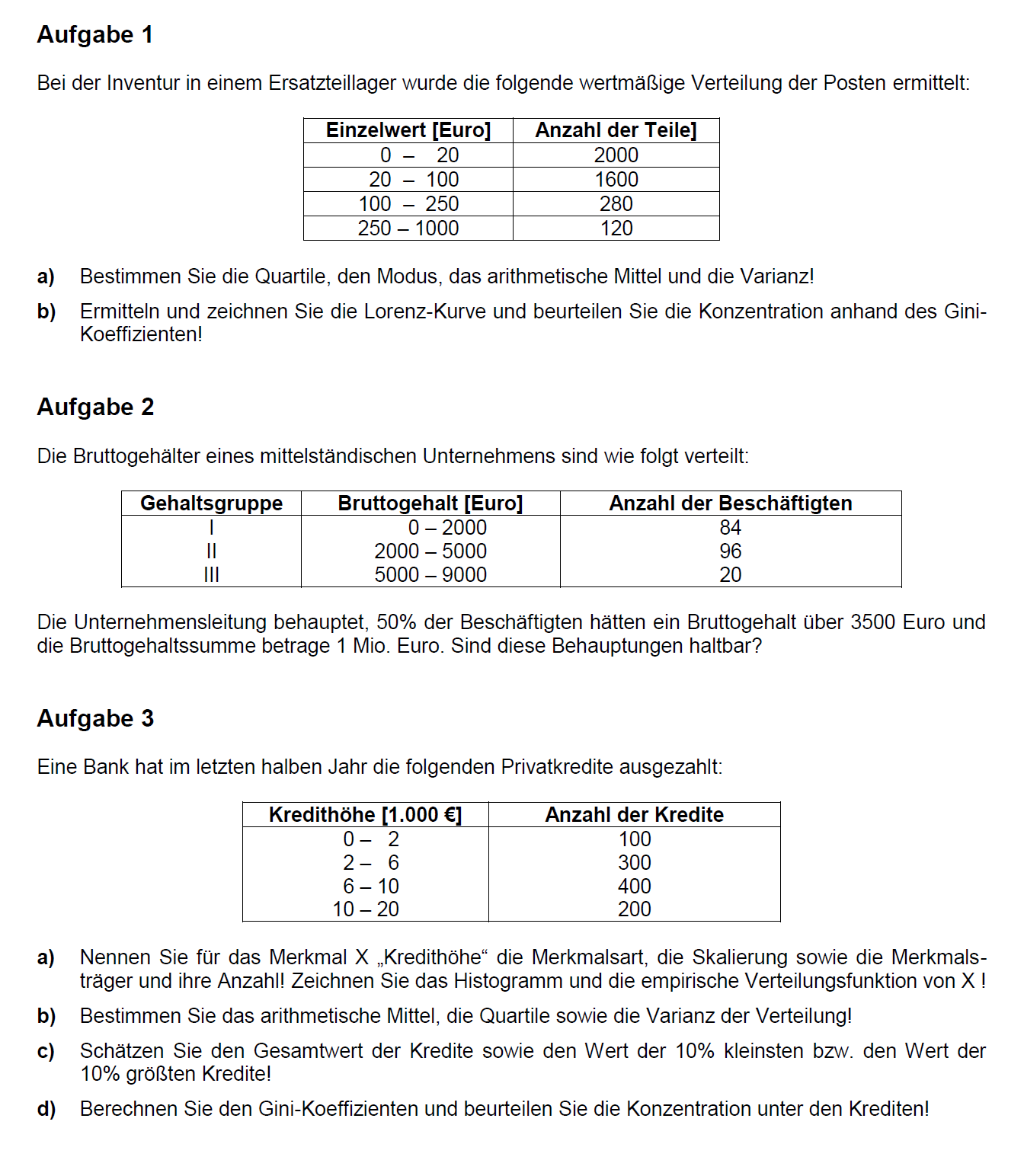


e) offene Antwort – sollte aber die Aussage der Führungsetage widerlegen 😉

**Aufgabe 3: Gini-Koeffizient & Lorenzkurve**

Das Bankhaus ***Knauserzins & Partner*** ist bei Einlagenverzinsung seiner Kunden sehr defensivorientiert, wobei man bei Kreditzinsen eher großzügig für sich selbst agiert 😉

Im letzten halben Jahr wurden folgende Privatkredite gewährt:

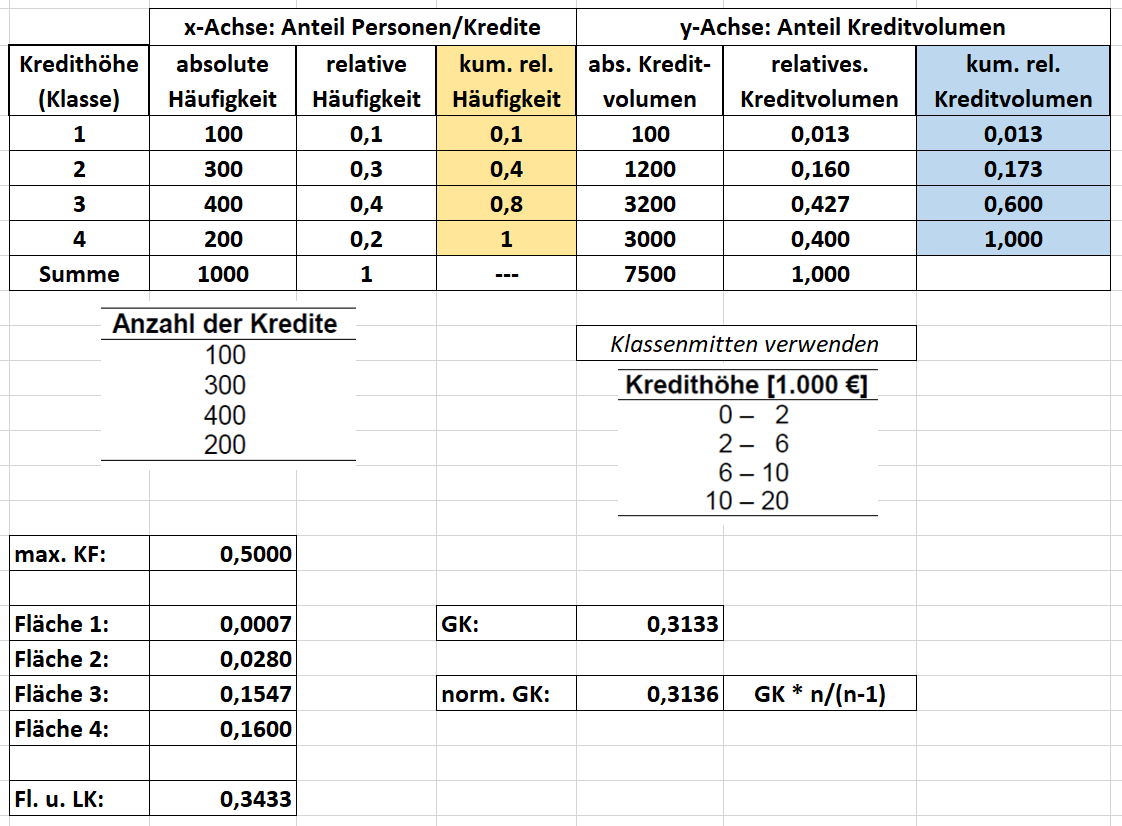


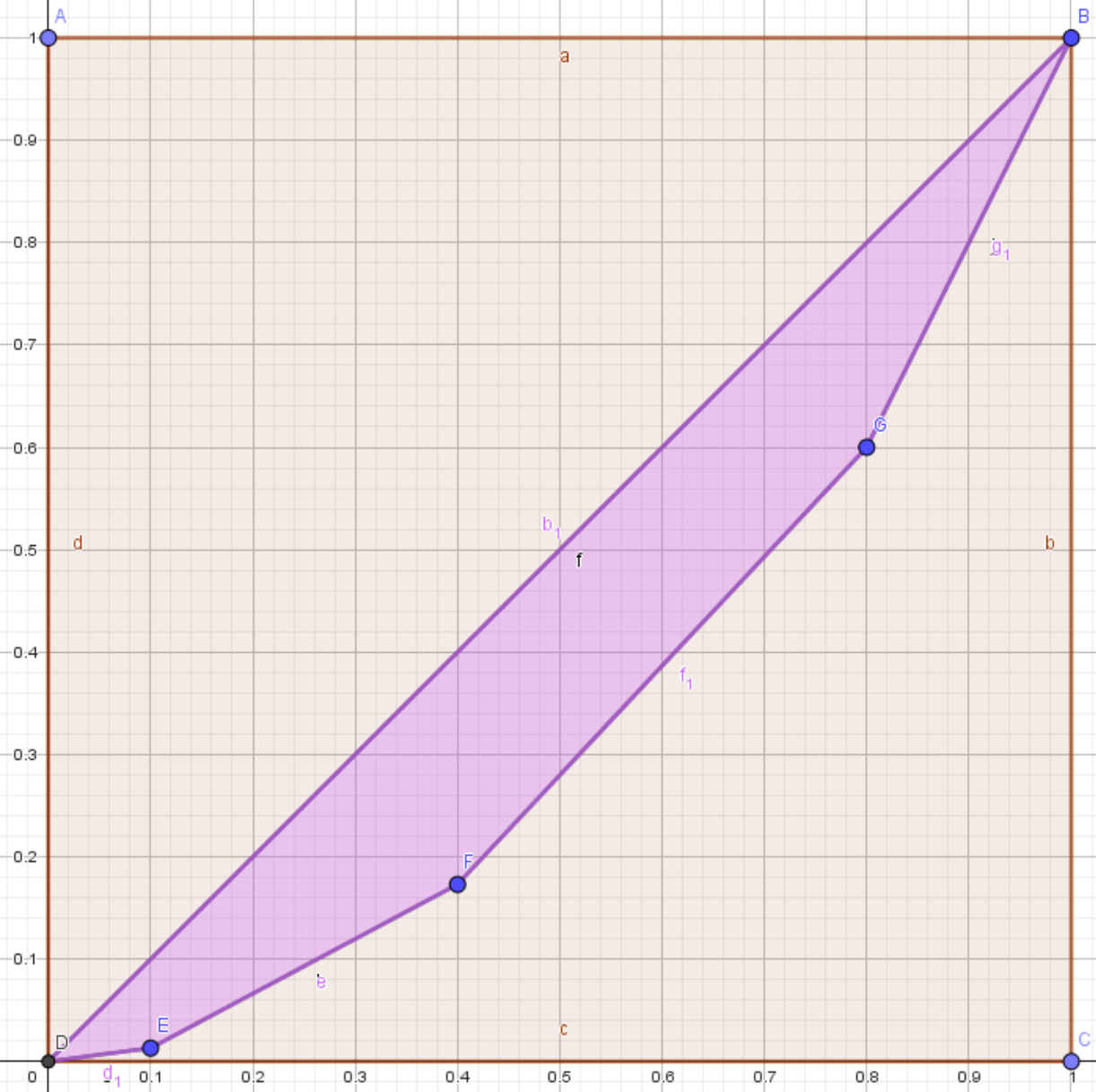
1. Vervollständigen Sie die Tabelle in der Anlage I.
2. Zeichnen Sie die Lorenzkurve

* Sie können hierfür gerne die Anlage II verwenden.

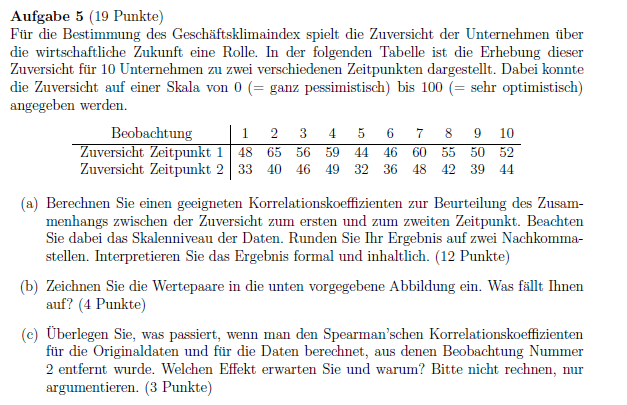
1. Berechnen Sie den Ginikoeffizient.
2. Beurteilen Sie die Konzentrationslage bei der Kreditgewährung.

***Antwort: leichte mäßige Konzentration***





**Aufgabe 4: Regression & Korrelation**



Anmerkung:

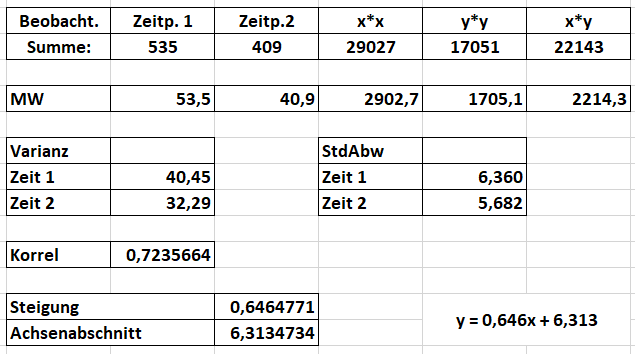
1. Geben Sie bei den Teilaufgaben a) und b) die notwendigen Formeln an;
2. Sie können zudem die hier bereits berechneten Hilfsgrößen bei Ihrer eigenen Ermittlung der Lösungen verwenden – wenn Sie wollen 😉



1. Berechnen Sie **Korrelation nach Pearson** **und** **die Kovarianz** und …

- oh je, leider ist etwas Kaffee drübergelaufen 😉

1. Berechnen Sie auch die **lineare Regressionsfunktion**.



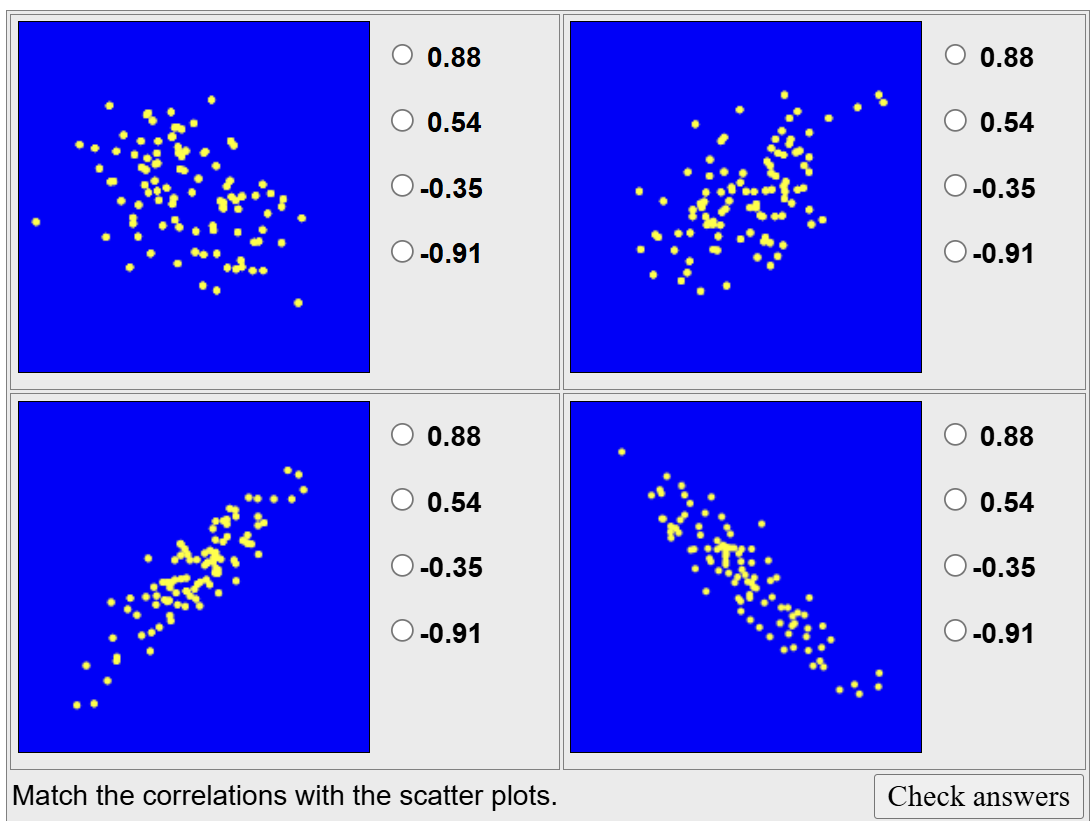
**Die Lösungen können entweder durch Ergänzung der beiden „fehlenden“ Werte erzeugt werden oder Sie wenden die berechneten Hilfsgrößen und die zugrundeliegenden Formeln an –**

**Wie hier bei der Kovarianz demonstriert:**

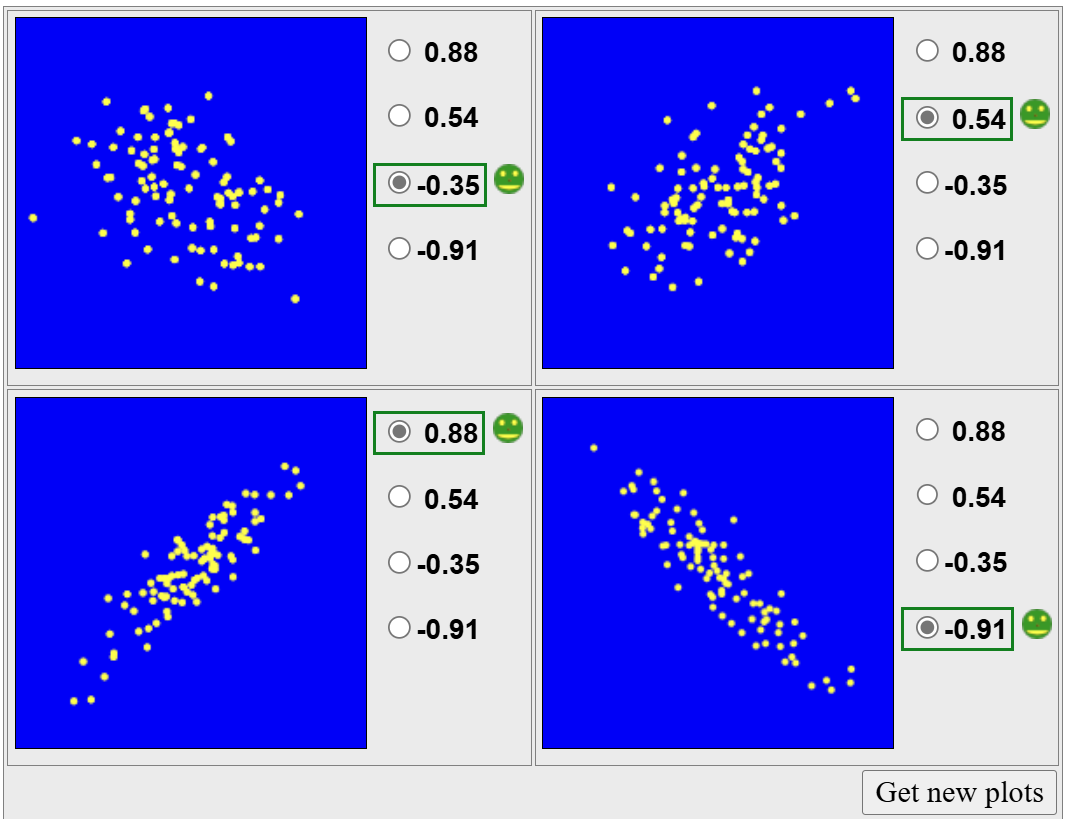


1. Ordnen Sie den Streudiagrammen durch Ankreuzen der vorgeschlagenen Werte (rechts)

den korrekten Korrelationskoeffizienten zu.



**Quelle:** [**https://istics.net/Correlations/**](https://istics.net/Correlations/)

****

**Aufgabe 5: Warenkorbmethode und Preisindexberechnung**

Ein Unternehmen hat eine Preis-Mengen-Übersicht für die bezogenen Güter A, B und C angefertigt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Gut | Preise | | Mengen | |
| 2020 | 2024 | 2020 | 2024 |
| A | 8 | 12 | 50 | 45 |
| B | 26 | 24 | 30 | 60 |
| C | 32 | 44 | 70 | 90 |
| D | 14 | 24 | 100 | 110 |

1. Ermitteln Sie hierzu die Preisindizes nach Laspeyres und Paasche.
2. Berechnen Sie den Preisindex nach Fisher.
3. Wie hoch ist die jährliche Inflationsrate auf der Grundlage der Daten nach Laspeyres?



**Aufgabe 6: Stochastik – Binomialverteilung – Münzwesen im Mittelalter**

Im Mittelalter wurden Kupfermünzen als Zahlungsmittel verwendet.

Von der Gesamtmenge war 5 % Falschgeld im Umlauf; falsche Münzen konnte man zwar

wegen des minderwertigen Materials verbiegen, allerdings waren sie von echten Münzen

aber nicht zu unterschieden.

Der Schatzmeister Laurentius Aureus Kupfernagel bewahrte die Münzen in Kästen zu

je 100 Stück auf.

Manchmal wird er von Alpträumen geplagt, da er Angst hat, dass ihm zu viele Falschmünzen untergejubelt wurden.

Daher interessieren ihn folgende Fragestellungen und Wahrscheinlichkeiten:

1. Wie hoch sind der (stochastische) Erwartungswert und die Standardabweichung für einen Münzkasten (100 Münzen)?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Kasten höchstens 4 falsche Münzen befinden?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Kasten mind. 2 und höchstens 6 falsche Münzen befinden?

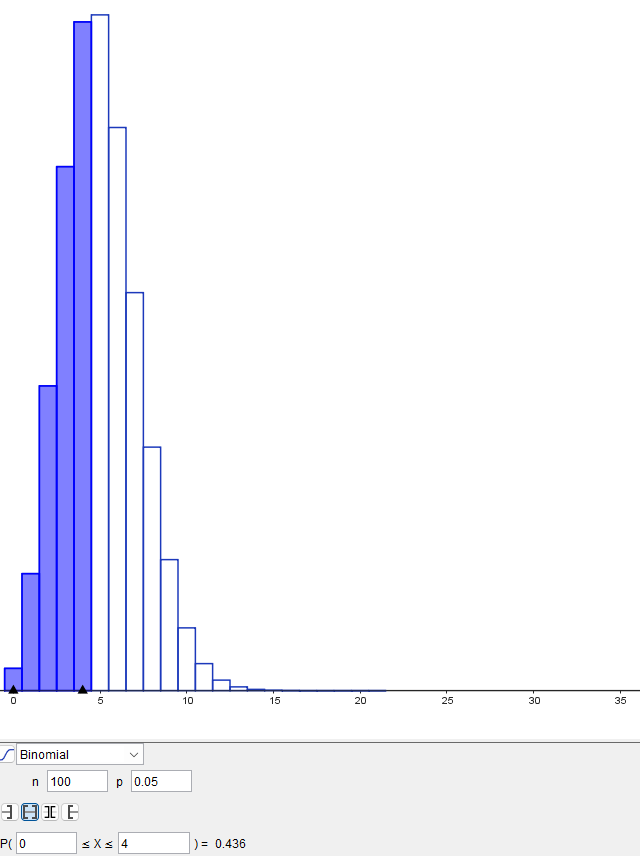
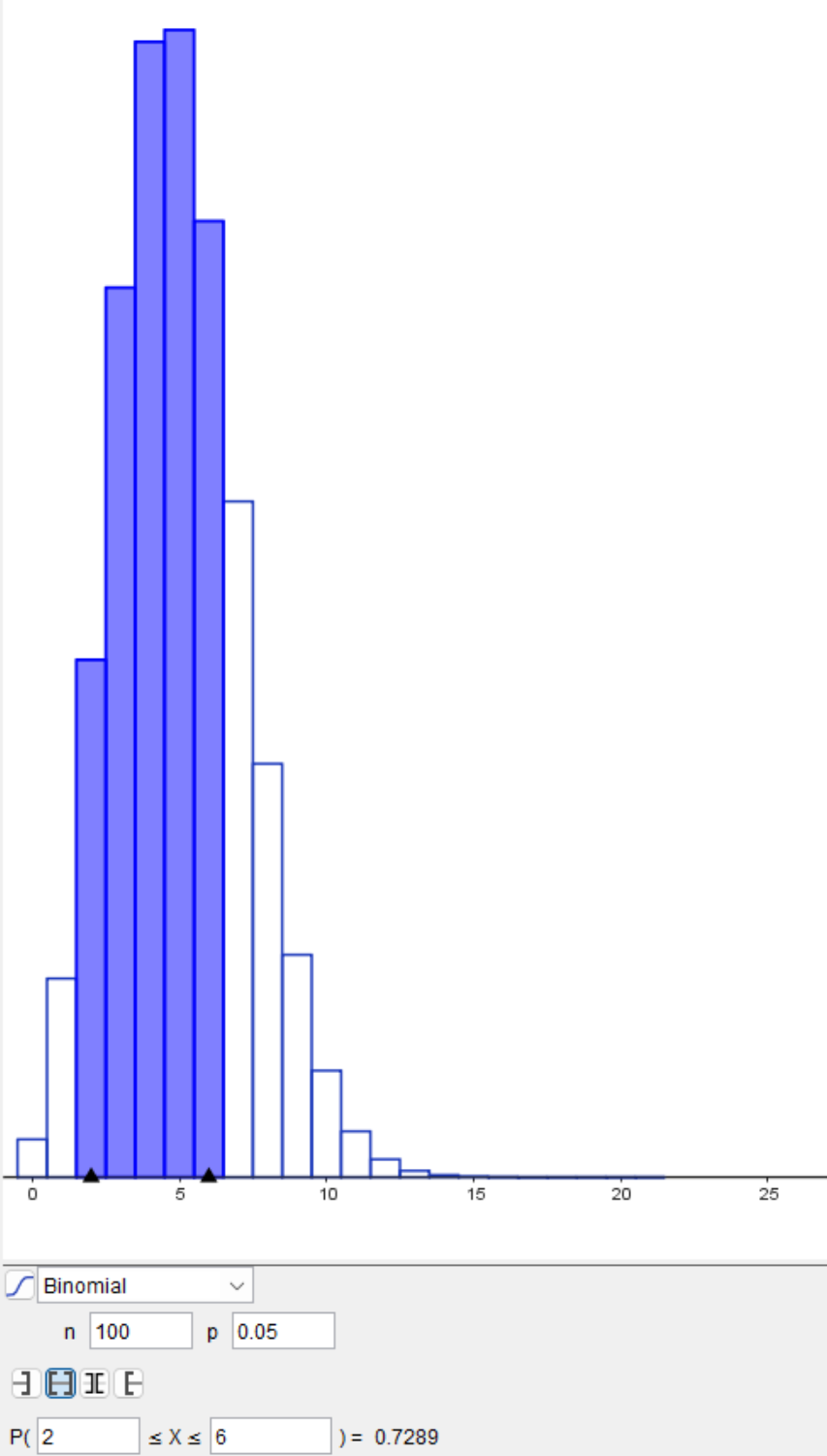
Laurentius Aureus Kupfernagel hat insgesamt 20 Kästen mit je 100 Münzen in seiner

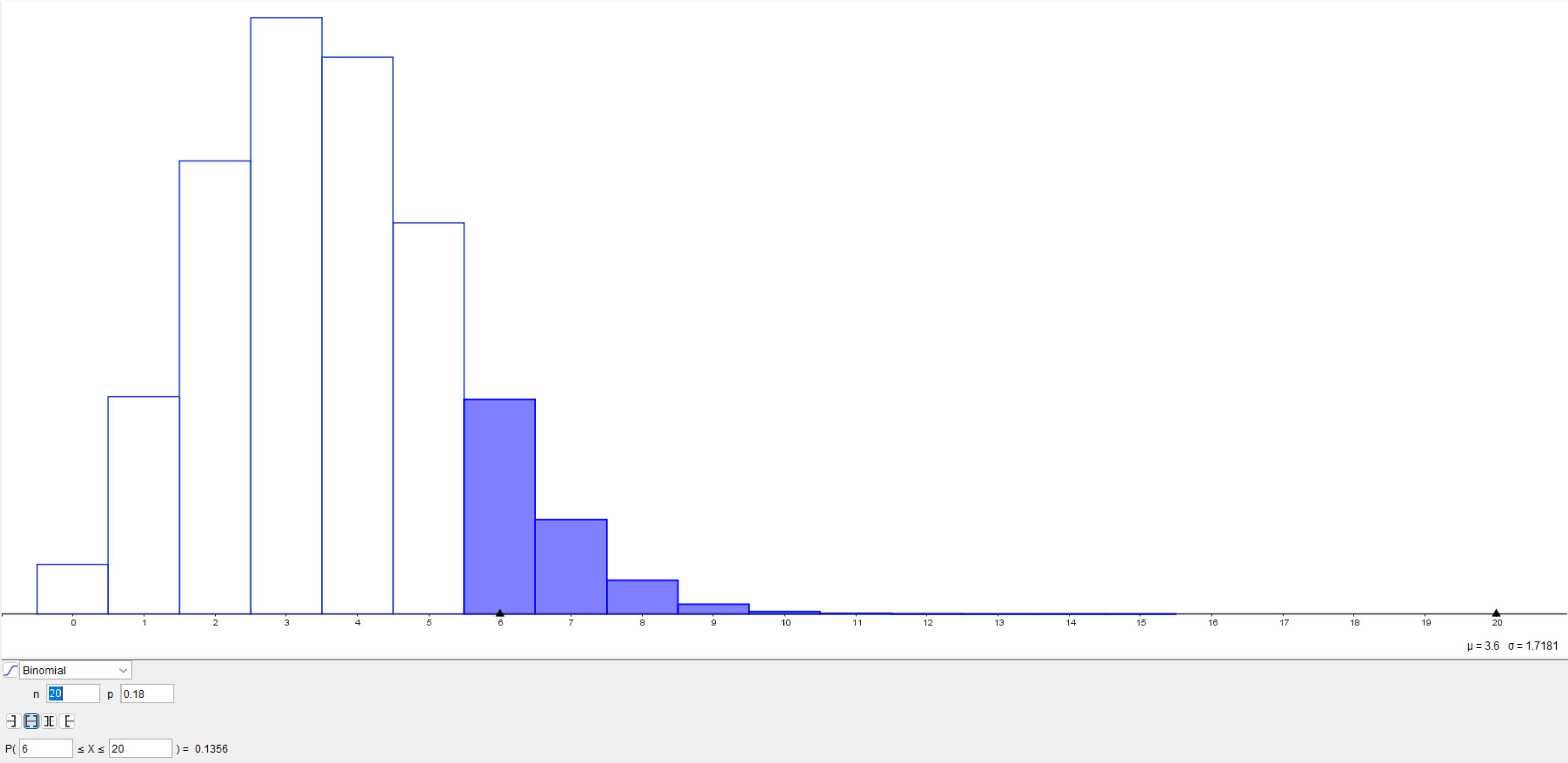
Schatzkammer. Die Wahrscheinlichkeit für **fünf Falschmünzen** in einem Kasten liegt bei **p = 0,18**.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in mind. 6 Kästen je fünf Falschmünzen befinden?

**Lösungen:**





**Aufgabe 7: Stochastik – Normalverteilung – Leuchtstoffröhren**

Die Brenndauer von Leuchtstoffröhren [in Stunden] wird als normalverteilt angenommen;

dabei besitzen die Parameter μ und σ folgende Werte:

μ = 900 [h] σ = 100 [h]

1. Erläutern Sie die Bedeutung der Parameter μ und σ im Sachzusammenhang

und geben Sie das 2σ-Intervall an.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit brennt eine Leuchtstoffröhre auf Basis der obigen Parameter

1. weniger als 650 Stunden?
2. länger als 1200 Stunden?
3. zwischen 750 und 1050 Stunden?
4. Wie lange muss eine Leuchtstoffröhre - auf Basis der obigen Parameter - brennen,

um zu den 20 % leistungsstärksten zu gehören?

**Lösungen:**



**Aufgabe 8: Fragen zu Mittelwerten**

Beantworten Sie die Fragen durch Nennen der korrekten Lösung - Begründungen sind nur

anzugeben, wenn gewünscht.

1. Welcher der drei Mittelwerte arithmetisches Mittel, Median und Modalwert wird von Ausreißern am stärksten beeinflusst?

* **Nennen Sie diesen.**

**Arithmetischer Mittelwert**

1. Die Ermittlung der drei Mittelwerte arithmetisches Mittel, Median und Modalwert setzen in jedem Fall quantitative Merkmale voraus.

* **Ist diese Aussage korrekt?**

**NEIN**

1. Der Median bleibt auch dann unverändert, wenn Werte außerhalb des 2-σ-Intervalls aus der Stichprobe entfernt werden.

* **Entscheidung mit Begründung.**

**NEIN, da die Anzahl der Werte der Grundgesamtheit den Umfang der Werte verändert, beeinflusst dies natürlich auch die Anzahl der Positionen**

1. Der Median bleibt in jedem Fall unverändert, wenn der größte/höchste Wert der Stichprobe verdoppelt wird.

* **Entscheidung mit Begründung.**

**JA, da die Veränderung keinen Einfluss auf die zentrale Position hat, von welcher der Median ermittelt wird – zudem ist der Charakter „unabhängig gegen Ausreißer“ das wesentliche Kriterium**

1. Wie verändern sich **(i)** **arithmetischer Mittelwert und (ii) Median**, wenn zu jedem Wert der Stichprobe die konstante Zahl c = 4 hinzugefügt wird?

* **Antworten mit Begründung.**

1. **arithmetischer Mittelwert**

****

1. **Median**



**Ergebnis:**

**In beiden Fällen erhöht sich der Mittelwert um c Einheiten.**