Formelsammlung Statistik

Lageparameter und Streumaße:

Teil 1: Diskrete Merkmalsdarstellung (Einzelwerte)

Einfaches arithmetisches Mittel: $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \left[oder \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \right]$

Gewogenes arithmetisches Mittel:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i \cdot n_i)}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i \cdot n_i) = \sum_{i=1}^{k}\left(x_i \cdot \frac{n_i}{n}\right)$$

Median (Zentralwert): $$\overline{x_M} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{für n ungerade} \\ \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right) & \text{für n gerade} \end{cases}$$

Quantile: $$\overline{x_p} = \begin{cases} x_{[n \cdot p]+1} & \text{für } (\mathrm{n} \cdot \mathrm{p}) \text{ nicht ganzzahlig} \\ \frac{1}{2}\left(x_{n \cdot p} + x_{n \cdot p+1}\right) & \text{für } (\mathrm{n} \cdot \mathrm{p}) \text{ ganzzahlig} \end{cases}$$

Varianz: $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 - \mu^2$

Varianz bei Häufigkeitsverteilung: $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \mu)^2 \cdot n_i$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Modus: ***Häufigster Wert einer Verteilung.***

Teil 2: Klassierte Merkmalsausprägungen

Arithmetisches Mittel bei klassierten Merkmalsausprägungen:

$$\mu \;=\; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\left[(x_i)_m \cdot n_i\right] \;=\; \sum_{i=1}^{k}\left[(x_i)_m \cdot \frac{n_i}{n}\right] \quad mit\ (x_i)_m\ als\ Klassenmitte\ der\ Klasse\ i$$

Modus / Modalwert:

- ⇨ **Modale Klasse: Klasse mit max. Häufigkeitsdichte**
- ⇨ **Modus / Modalwert: Wert der Klassenmitte der modalen Klasse**

Median und Quartile:

Median (bei intervallskaliertem Merkmal): $\overline{X}_{0,5} \in [a;b]$, $\overline{X}_{0,5} = a + \frac{\Delta_i \cdot (0,5 - F(a))}{p_i}$

unteres Quartil (bei intervallskaliertem Merkmal): $\overline{X}_{0,25} \in [a;b]$, $\overline{X}_{0,25} = a + \frac{\Delta_i \cdot (0,25 - F(a))}{p_i}$

oberes Quartil (bei intervallskaliertem Merkmal): $\overline{X}_{0,75} \in [a;b]$, $\overline{X}_{0,75} = a + \frac{\Delta_i \cdot (0,75 - F(a))}{p_i}$

Ergänzung MW/Streuung

Mittelwerte und Streuungsmaße bei Einzelwerten, Klassen und stetigen Werten

	Einzelwerte (vorwiegend diskret)	Klassierte Werte
Arithmetisches Mittel	**Einzelwerte:** $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ **Gewichtet auf Basis relativer Häufigkeit:** $\overline{x} = \sum_{i=1}^{k}\left(x_i \cdot \frac{n_i}{n}\right) = \sum_{i=1}^{k}\left(x_i \cdot p_i\right)$ $mit \quad p_i = \frac{n_i}{n} = \text{relative Häufigkeit}$	$\overline{x} = \sum_{i=1}^{k}\left[\left(x_i\right)_m \cdot \frac{n_i}{n}\right] = \sum_{i=1}^{k}\left[\left(x_i\right)_m \cdot p_i\right]$ $mit\ \left(x_i\right)_m\ als\ Klassenmitte\ der\ Klasse\ i$ $und\ \ p_i = \frac{n_i}{n} = \text{relative Häufigkeit der Klasse i}$
Median / Zentralwert	$\overline{x_M} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{für n ungerade} \\ \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right) & \text{für n gerade} \end{cases}$	$\overline{x_M} \Rightarrow \overline{x_{0,5}} = \left[a\,;b\right] \rightarrow \overline{x_{0,5}} = a + \frac{\Delta_i \cdot \left[0,5 - F\left(a\right)\right]}{p_i}$ $\Delta_i = Klassenbreite \quad p_i = rel.\,Häufigkeit$ $F\left(a\right) = \text{kum. rel. Häufigkeit bis Medianintervall } \left[a\,;b\right]$
Modus / Modalwert	***Häufigster Wert einer Verteilung.***	**Schritt 1: Modale Klasse bestimmen** ⇨ **Klasse mit max. Häufigkeitsdichte** **Schritt 2:** ⇨ **Wert der Klassenmitte der modalen Klasse**
Spannweite	$w = \max\left(x_i\right) - \min\left(x_i\right)$	$w = Klassengrenze_{\max} - Klassengrenze_{\min}$ **Differenz zwischen größter und kleinster Klassengrenze**
Interquartil-abstand	**IQA = Q3 – Q1**	**IQA = Q3 – Q1**

	Einzelwerte (vorwiegend diskret)	Klassierte Werte
Mittlere absolute Abweichung **(vom Median)**	$d = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\|x_i - \overline{x_M}\right\|$	$d = \sum_{i=1}^{k}\left[\left\|(x_i)_m - \overline{x_M}\right\| \cdot \frac{n_i}{n}\right] = \sum_{i=1}^{k}\left[\left\|(x_i)_m - \overline{x_M}\right\| \cdot p_i\right]$ $mit\ (x_i)_m\ als\ Klassenmitte\ der\ Klasse\ i$ $und\ p_i = \frac{n_i}{n} = \text{relative Häufigkeit der Klasse i}$
Varianz und Standard-abweichung **(Basis: arithmetisches Mittel)**	$\left.\begin{array}{l} V(X) \overset{Definitions}{\underset{formel}{=}} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 \\ V(X) \overset{Rechen}{\underset{formel}{=}} \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2\right] - \overline{x}^2 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow\ S(X) = \sqrt{V(X)}$	$\left.\begin{array}{l} V(X) \overset{Definitions}{\underset{formel}{=}} \sum_{i=1}^{n}\left[(x_i)_m - \overline{x}\right]^2 \cdot p_i \\ V(X) \overset{Rechen}{\underset{formel}{=}} \left[\sum_{i=1}^{n}(x_i)_m^{\ 2} \cdot p_i\right] - \overline{x}^2 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow\ S(X) = \sqrt{V(X)}$ $mit\ (x_i)_m\ als\ Klassenmitte\ der\ Klasse\ i$ $und\quad p_i$ als relative Häufigkeit der Klasse i
Quartile **Q1 / Q3** **(Basis: Median)**	$\overline{x_p} = \begin{cases} x_{[n\cdot p]+1} & \text{für } (n\cdot p) \text{ nicht ganzzahlig} \\ \frac{1}{2}\left(x_{n\cdot p} + x_{n\cdot p+1}\right) & \text{für } (n\cdot p) \text{ ganzzahlig} \end{cases}$ $p = 0,25 \rightarrow q1 \quad und \quad p = 0,75 \rightarrow q3$	$q_1 \Rightarrow \overline{x_{0,25}} = [a\,;b] \rightarrow \overline{x_{0,25}} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,25 - F(a)]}{p_i}$ $q_3 \Rightarrow \overline{x_{0,75}} = [a\,;b] \rightarrow \overline{x_{0,75}} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,75 - F(a)]}{p_i}$ $\Delta_i = Klassenbreite \quad p_i = rel.\ Häufigkeit$ $F(a) = $ kum. rel. Häufigkeit bis q_1/q_3 - Intervall $[a\,;b]$
Variations-koeffizient	$v_{arith\_Mittel} = \frac{S(X)}{\overline{x}} \quad oder \quad v_{Median} = \frac{S(X)}{\overline{x_M}}$	

Gini-Koeffizient:

Berechung der Flächen mit relativen kumulierten Häufigkeiten:

$$Gini(GK) = \frac{\text{Konzentrationsfläche K}}{\text{maximale Konzentrationsfläche }\mathrm{K}_{\max}}$$

$$Gini(GK) = \frac{\textit{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{\textit{Fläche unter Gleichverteilung}}$$

Anmerkung: Als „*Konzentrationsfläche*" K bezeichnet man die Fläche, zwischen der Gleichverteilungsdiagonalen und der LORENZ-Kurve: $0 \leq K \leq 1/2$.

$$\textit{Wegen} \quad K_{\max} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n} \quad \textit{lautet der normierte Gini-Koeffizient:}$$

$$norm.\,Gini = K \cdot \frac{2n}{n-1}$$

Der Wertebereich des Gini-Koeffizienten liegt zwischen 0 (= Gleichverteilung) und 1 (= vollständige Konzentration auf einen Merkmalsträger).

$$\left.GK = \frac{\textit{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0{,}5} = \frac{\rightarrow 0}{0{,}5} \rightarrow 0 \right\}$$

$$\rightarrow \quad \text{nahezu Gleichverteilung}$$

$$\left.GK = \frac{\textit{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0{,}5} = \frac{\rightarrow 0{,}5}{0{,}5} \rightarrow 1 \right\}$$

$$\rightarrow \quad \textit{vollständige Konzentration}$$

$$\textit{keine Konzentration} \Leftrightarrow GK \in [0;0{,}3]$$

$$(\textit{mäßige})\ \textit{Konzentration} \Leftrightarrow GK \in]0{,}3;0{,}7[$$

$$\textit{vollständige Konzentration} \Leftrightarrow GK \in [0{,}7;1]$$

Erläuterung zur Berechnung des Gini-Koeffizienten

Fläche unter der Gleichverteilungsgeraden: $A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

Fläche unterhalb der Lorenzkurve: Dreiecke $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

und Trapeze $A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (h_i + h_{i+1}) \cdot \Delta x_i$

Preisindizes

nach Laspeyres: $L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} = \sum \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \cdot \frac{p_{0i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} \quad mit\ i \in N$

nach Paasche: $P_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}} = \sum \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \cdot \frac{p_{0i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}} \quad mit\ i \in N$

nach Fisher: $F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \quad geometr.\ Mittel$

Anmerkung: Geometrisches Mittel / Geometrischer Mittelwert

⇨ **Mittelwert aus einer Produktfolge**

Geometr. Mittel: Mittelwert einer Produktfolge

$$g_{MW} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} q_i} = \sqrt[n]{q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n} \qquad mit\ q_i = 1 + \frac{p_i}{100}$$

Effektive Verzinsung einer tesaurierenden

(Zinsen werden kapitalisiert, d.h. dem Kapital hinzugerechnet) Anlage

=> Effektive Verzinsung bei Zinseszinseffekt

$$i_{eff} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} q_i} - 1 = \sqrt[n]{q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n} - 1 = g_{MW} - 1$$

$$p_{eff} = (g_{MW} - 1) \cdot 100 = i_{eff} \cdot 100$$

Indizierung mit neuem Basisjahr

$$I_{Basisjahr\_neu;\,Zieljahr} = \frac{I_{Basisjahr\_alt;\,Zieljahr}}{I_{Basisjahr\_alt;\,Basisjahr\_neu}}$$

Beispiel: ***Index von 2000 auf der Basis von 2005 soll auf die Basis 2010 umgerechnet werden.***

$$I_{2010;\,2000} = \frac{I_{2005;\,2000}}{I_{2005;\,2010}}$$

Verkettung

$$I_{Basisjahr\_alt;\,Zieljahr} = \frac{I_{Basisjahr\_neu;\,Basisjahr\_alt}}{I_{Basisjahr\_neu;\,Basisjahr\_neu}} \cdot I_{Basisjahr\_neu;\,Zieljahr}$$

Beispiel: ***Indexwert von 2013 auf der Basis von 2010 soll auf die Basis 2005 umgerechnet werden.***

$$I_{2005;\,2013} = \frac{I_{2010;\,2005}}{I_{2010;\,2010}} \cdot I_{2010;\,2013}$$

Lineare Regression und Korrelation

<u>**Ansatz:**</u> $y = b_0 + b_1 x \qquad \mu_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \mu_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$

$$b_1 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{x^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i y_i\right) - n\cdot\mu_x\cdot\mu_y}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\,2}\right) - n\cdot\mu_x^{\,2}} \overset{\cdot\frac{1}{n}}{\underset{\cdot\frac{1}{n}}{=}} \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i y_i\right) - \mu_x\cdot\mu_y}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\,2}\right) - \mu_x^{\,2}}$$

$$b_1 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{x^2}} = \frac{Kov\left(X, Y\right)}{V\left(X\right)}$$

$$b_0 = \mu_y - b_1\cdot\mu_x$$

Korrelation nach Brevais-Pearson:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)\cdot(y_i-\mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu_y)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)-n\cdot\mu_x\cdot\mu_y}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)-n\cdot\mu_x^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2)-n\cdot\mu_y^2}}$$

$$r \overset{\cdot\frac{1}{n}}{\underset{\frac{1}{n}}{=}} \frac{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)-\mu_x\cdot\mu_y}{\frac{1}{n}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)-n\cdot\mu_x^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2)-n\cdot\mu_y^2}}$$

$$r = \frac{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)-\mu_x\cdot\mu_y}{\sqrt{\frac{1}{n}}\cdot\sqrt{\frac{1}{n}}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)-n\cdot\mu_x^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2)-n\cdot\mu_y^2}}$$

$$r = \frac{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)-\mu_x\cdot\mu_y}{\sqrt{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)-\mu_x^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i^2)-\mu_y^2}} = \frac{Kov(X,Y)}{S(X)\cdot S(Y)} = \frac{\sigma(X,Y)}{\sigma(X)\cdot\sigma(Y)}$$

Rangkorrelation nach Spearman

$$r_S = 1-\frac{6\sum_{i=1}^{n}(d_i)^2}{n(n^2-1)}$$

$r = [-1;1]$ möglicher Wertebereich

$r = [-1;-0,7[$ sehr starke negative Korrelation

$r = [-0,7;-0,3[$ starke negative Korrelation

$r = [-0,3;0,3[$ keine Korrelation (Punktwolke)

$r = [0,3;0,7[$ starke positive Korrelation

$r = [0,7;1]$ sehr starke positive Korrelation

Kovarianz und Varianz im Vergleich:

$$Cov\left(X,Y\right) \;=\; \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu_x\right)\cdot\left(y_i-\mu_y\right) \;=\; \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(x_i y_i\right)-\mu_x\cdot\mu_y$$

$$V\left(X\right) \;=\; \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu_x\right)^2 \;=\; \left[\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(x_i\right)^2\right]-\mu_x^{\;2}$$

Stochastik

Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen X mit $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ **:**

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$$

Varianz einer diskreten Zufallsvariablen:

$$\sigma^2 = V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \cdot P(X = x_i) - \mu^2$$

Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen:

$$\sigma = S(X) = \sqrt{V(X)}$$

Stochastische Unabhängigkeit:

$$A, B \text{ sind stochastisch unabhängig} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$ W'keit für A unter der Bedingung B (B ist bereits eingetreten)

Totale Wahrscheinlichkeit:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{k} \left[P_{A_i}(B) \cdot P(A_i) \right]$$

Satz von Bayes:

$$P_B(A_j) = \frac{P_{A_j}(B) \cdot P(A_j)}{\sum_{i=1}^{k} \left[P_{A_i}(B) \cdot P(A_i) \right]}$$

Dichtefunktionen:

Eine Funktion f(x) heißt Wahrscheinlichkeitsdichte (Dichtefunktion) genau dann, wenn gilt:

$$(1) \quad f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \Re \qquad und \qquad (2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

Ist X eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion f(x), so heißt die reelle Zahl

(i) $\mu(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx$ der Erwartungswert der Zufallsgröße X.

(ii) $V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \cdot f(x)\,dx$ die Varianz der Zufallsgröße X.

Grundlagen zu Verteilungsfunktionen mit diskreten und stetigen Zufallsvariablen

Diskret:

Hypergeometrische Verteilung – Ziehen ohne Zurücklegen:

$$H(X=k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \qquad mit \quad 0 \leq k \leq n \quad und \quad M \leq N \quad und \quad n \leq N \quad und \quad k \leq M$$

Binomialverteilung – Bernoulliexperiment/Bernoullikette (Ziehen mit Zurücklegen):

$$B(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad mit \quad k \leq n$$

Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$

Varianz: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = \mu \cdot (1-p)$

Poissonverteilung – Anwendung bei $\text{n groß} \quad \text{und} \quad \text{p} \leq 0{,}05$:

$$P(X=k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \qquad mit \quad \mu = n \cdot p$$

Stetig:

Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung - (Standard)Normalverteilung:

Wahrscheinlichkeitsdichte / Gauß-Glockenfunktion:

$$\varphi_{\mu;\sigma}(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} \xrightarrow[und \quad \sigma=1]{mit \quad \mu=0} \varphi_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

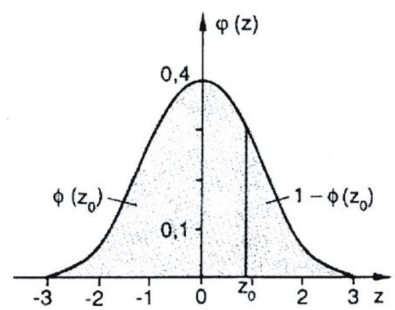
Umwandlung in die standardisierte ZV:

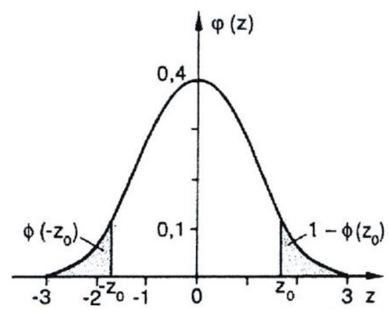
$$P(X \leq k) = \Phi_{\mu;\sigma}\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right) \quad und \quad z = \frac{k-\mu}{\sigma}$$

=> $$\Phi(-z) = 1-\Phi(z) \quad und \quad \Phi(z)-\Phi(-z) = 2\Phi(z)-1$$

Tabelle zur Normalverteilung:

$$Lesen\ der Tabelle: \quad \Phi(z) = 0,\ldots \quad und \quad \Phi(-z) = 1-\Phi(z)$$





z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7703	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998

Beispiele:

$$(1)\quad \Phi(2{,}37) \underset{ablesen}{\overset{direkt}{=}} 0{,}9911$$

$$(2)\quad \Phi(-2{,}37) \overset{Umwandlung}{=} 1-\Phi(2{,}37) \underset{ablesen}{\overset{direkt}{=}} 1-0{,}9911 = 0{,}0089$$

$$(3)\quad \Phi(z) = 0{,}7910 \xrightarrow[ablesen]{\text{"}umgekehrt\text{"}} z = 0{,}81$$

$$(4)\quad \Phi(z) = 0{,}2090 \underset{1-x=0{,}2090}{\overset{x\ festlegen}{=}} 1-0{,}7910 \xrightarrow[ablesen\ bei\ 0{,}7910]{\text{"}umgekehrt\text{"}} z = -0{,}81$$

Zeitreihenanalyse - Tertiale

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Die Umsätze eine								
2	Ermitteln Sie		- Saisonkomonente und						
3			- irreguläre Komponente						
4									
5									
6	Jahr /	Ursprungs-	gleitende		$sk_i^* = y_i - y_i$			Saisonbereinigte	Irreguläre
7	Tertial	werte	Durchschnitte		Tertialdurchschnitte		sk_i	Werte	Komponente
8		y_i	$y_i \sim gk_i$	I	II	III		$y_i - sk_i$	$ik = y_i - sk_i - gk_i$
9									
10	**2003 / I**	**12**					**=$D$20**	**=B10-G10**	
11	**2003 / II**	**16**	**=(B10+B11+B12)/3**		**=B11-C11**		**=$E$20**	**=B11-G11**	**=B11-C11-G11**
12	**2003 / III**	**30**	**=(B11+B12+B13)/3**			**=B12-C12**	**=$F$20**	**=B12-G12**	**=B12-C12-G12**
13	**2004 / I**	**15**	**=(B12+B13+B14)/3**	**=B13-C13**			**=$D$20**	**=B13-G13**	**=B13-C13-G13**
14	**2004 / II**	**21**	**=(B13+B14+B15)/3**		**=B14-C14**		**=$E$20**	**=B14-G14**	**=B14-C14-G14**
15	**2004 / III**	**35**	**=(B14+B15+B16)/3**			**=B15-C15**	**=$F$20**	**=B15-G15**	**=B15-C15-G15**
16	**2005 / I**	**20**	**=(B15+B16+B17)/3**	**=B16-C16**			**=$D$20**	**=B16-G16**	**=B16-C16-G16**
17	**2005 / II**	**26**	**=(B16+B17+B18)/3**		**=B17-C17**		**=$E$20**	**=B17-G17**	**=B17-C17-G17**
18	**2005 / III**	**38**					**=$F$20**	**=B18-G18**	
19									
20			sk_i^*=	=(D13+D16)/2	=(E11+E14+E17)/3	=(F12+F15)/2			**=SUMME(I11:I17)**
21									
22									
23									
24									
25									
26			a = -7,00 + (-2,67) + 9,67						

Summe der Saisoneinflüsse müssen sich zum Wert 0 gegenseitig eliminieren. Ansonsten muss eine entsprechende Korrektur vorgenommen werden.

Durchschnitt = Saisonkomponent	23,000	-38,667	15,667

gleitender Durchschnitt
(x1+x2+x3)/3 = ???
(x2+x3+x4)/3 = ???
(30+15+21)/3 =

Differenz des gleitenden Durchschnittwertes vom Ursprungswert:
yi - gleitDurch
Die Differenz wird dem Zeitraum zugewiesen, in dem der Ursprungswert liegt! => periodengerecht

Durchschnitte = Saisonkomponenten: Einordnen/Auflisten der Werte in ihrem jeweiligen Periodenbereich

Berechnung der saisonbereinigten Werte:
yi - ski
(Ursprungswert - Saisonkomponente)

Durchschnitte der Tertial-Abweichungen
Tertial I: (Summe der 1. Spaltenwerte)/n = ???
Tertial II: analog zu Tertial I

Zeitreihenanalyse - Quartale

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Jahr /	Ursprungs-	gleitende	$sk_i^* = y_i - y_i$				sk_i	Saisonbereinigte	Irreguläre
2	Quartal	werte	Durchschnitte	Quartalsdurchschnitte					Werte	Komponente
3		y_i	$y_i \sim gk$	I	II	III	IV		$y_i - sk_i$	$ik = y_i - sk_i - gk_i$
5	1 / I	20						= $D$33	*=B5-H5*	
6	1 / II	21						=$E$33	=B6-H6	
7	1 / III	28	*=(B5/2+B6+B7+B8+B9/2)/4*			=B7-C7		=$F$33	=B7-H7	=B7-C7-H7
8	1 / IV	29	=(B6/2+B7+B8+B9+B10/2)/4				=B8-C8	=$G$33	=B8-H8	=B8-C8-H8
9	2 / I	29	=(B7/2+B8+B9+B10+B11/2)/4	=B9-C9				= $D$33	=B9-H9	=B9-C9-H9
10	2 / II	32	=(B8/2+B9+B10+B11+B12/2)/4		=B10-C10			=$E$33	=B10-H10	=B10-C10-H10
11	2 / III	37	=(B9/2+B10+B11+B12+B13/2)/4			=B11-C11		=$F$33	=B11-H11	=B11-C11-H11
12	2 / IV	34	=(B10/2+B11+B12+B13+B14/2)/4				=B12-C12	=$G$33	=B12-H12	=B12-C12-H12
13	3 / I	35	=(B11/2+B12+B13+B14+B15/2)/4	=B13-C13				= $D$33	=B13-H13	=B13-C13-H13
14	3 / II	37	=(B12/2+B13+B14+B15+B16/2)/4		=B14-C14			=$E$33	=B14-H14	=B14-C14-H14
15	3 / III	44	=(B13/2+B14+B15+B16+B17/2)/4			=B15-C15		=$F$33	=B15-H15	=B15-C15-H15
16	3 / IV	45	=(B14/2+B15+B16+B17+B18/2)/4				=B16-C16	=$G$33	*=B16-H16*	=B16-C16-H16
17	4 / I	40	=(B15/2+B16+B17+B18+B19/2)/4	=B17-C17				= $D$33	*=B17-H17*	=B17-C17-H17
18	4 / II	42	=(B16/2+B17+B18+B19+B20/2)/4		=B18-C18			=$E$33	=B18-H18	=B18-C18-H18
19	4 / III	48	=(B17/2+B18+B19+B20+B21/2)/4			=B19-C19		=$F$33	=B19-H19	=B19-C19-H19
20	4 / IV	50	=(B18/2+B19+B20+B21+B22/2)/4				=B20-C20	=$G$33	=B20-H20	=B20-C20-H20
21	5 / I	47	=(B19/2+B20+B21+B22+B23/2)/4	=B21-C21				= $D$33	=B21-H21	=B21-C21-H21
22	5 / II	51	=(B20/2+B21+B22+B23+B24/2)/4		=B22-C22			=$E$33	=B22-H22	=B22-C22-H22
23	5 / III	57						=$F$33	=B23-H23	
24	5 / IV	58						=$G$33	=B24-H24	
27		Summe der Saisoneinflüsse müssen sich zum Wert 0 gegenseitig eliminieren. Ansonsten muss eine entsprechende Korrektur vorgenommen werden.	sk_i^*=	*=(D9+D13+D17+D21)/4*	=(E10+E14+E18+E22)/4	=(F7+F11+F15+F19)/4	=(G8+G12+G16+G20)/4			=SUMME(J7:J22)
28										
29										
30						a =	=D27+E27+F27+G27			
31			$^a/_4$ =	*=G30/4*						
33			sk_i=	*=D27-$D$31*	=E27-$D$31	=F27-$D$31	=G27-$D$31			

Durchschnitt = Saisonkomponente				
	23,375	-17,125	-25,875	19,500

gleitender Durchschnitt
(0,5*x1+x2+x3+x4+0,5*x5)/4 = ???
(0,5*x2+x3+x4+x5+0,5*x6)/4 = ???
usw.

Differenz des gleitenden Durchschnittwertes vom Ursprungswert:
yi - gleitDurch
Die Differenz wird dem Zeitraum zugewiesen, in dem der Ursprungswert liegt! => periodengerecht

Durchschnitte = Saisonkomponenten: Einordnen/Auflisten der Werte in ihrem jeweiligen Periodenbereich

Berechnung der saisonbereinigten Werte:
yi - ski
(Ursprungswert - Saisonkomponente)

Durchschnitte der Quartal-Abweichungen
Quartal I: (Summe der 1. Spaltenwerte)/n = ???
Quartal II: analog zu Quartal I