

## Statistik - Übungsaufgaben

1) Eine vor mehreren Jahren durchgeführte Befragung von 30 Arbeitern eines Großbetriebes ergab für die Stundenlöhne folgende Liste:

16,35 16,80 15,75 16,95 16,20 17,10 16,64 18,00 16,45 17,25 17,10 16,50 15,55 17,25 16,60  
 15,45 17,86 16,50 17,95 16,80 18,45 16,05 15,90 16,20 17,20 15,15 17,40 16,60 17,10 16,50

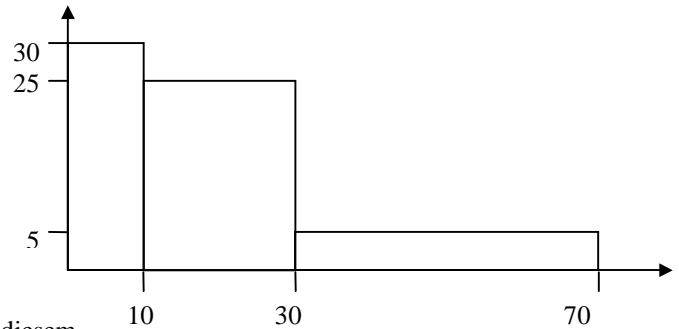
- a) Berechnen Sie für die angegebenen Stundenlöhne das arithmetische Mittel, die Varianz, den Variationskoeffizienten und den Zentralwert.
- b) Lösen Sie a) unter der Annahme, dass mittlerweile jeder Stundenlohn um 5,- € gestiegen ist.

2) Bei der Auszählung in einem Großbetrieb von 1000 Krankheitsfällen nach ihrer Dauer hat sich folgendes ergeben:

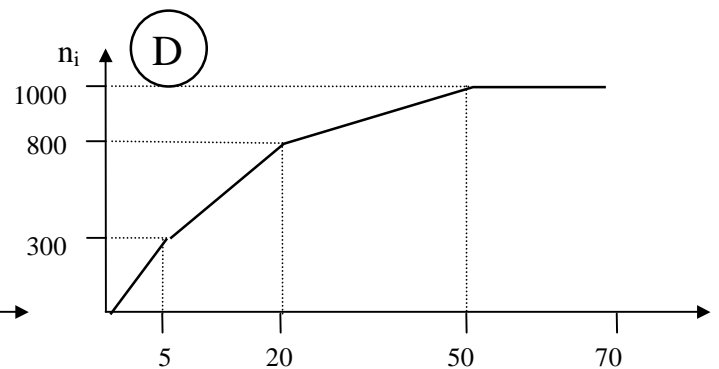
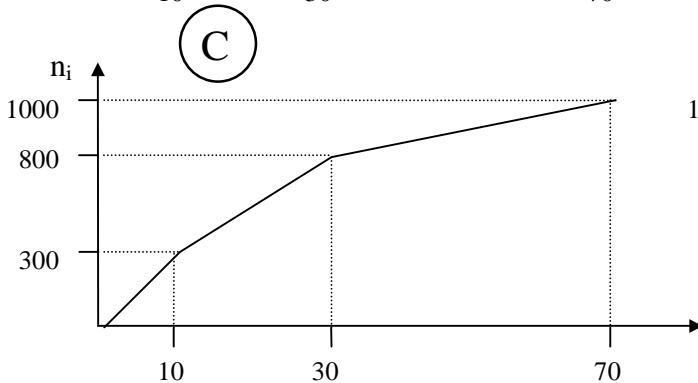
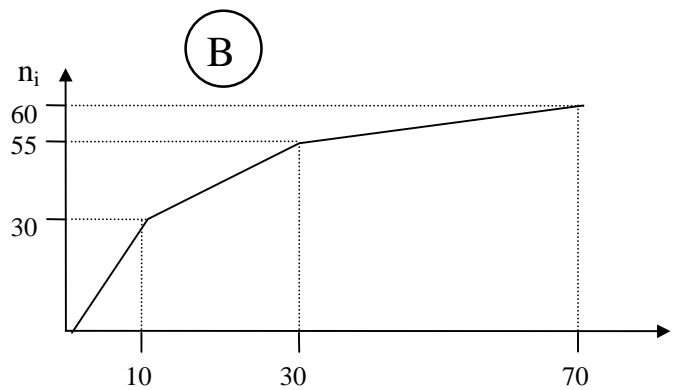
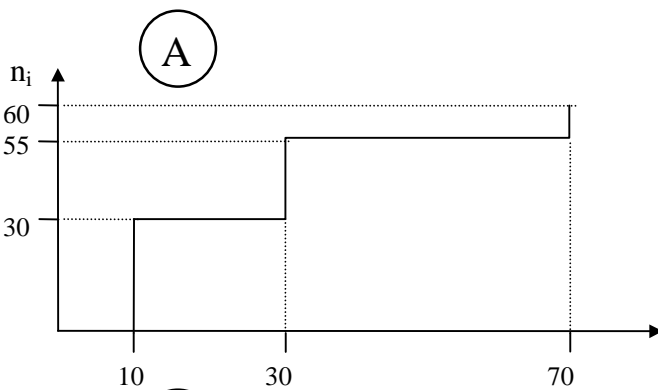
Krankheitsdauer in Tagen	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 7	7 - 10	10 - 20	20 - 30
	300	200	100	80	150	120	40	10

- a) Zeichnen Sie die zugehörige Häufigkeitsfunktion.
- b) Berechnen Sie die durchschnittliche Krankheitsdauer.

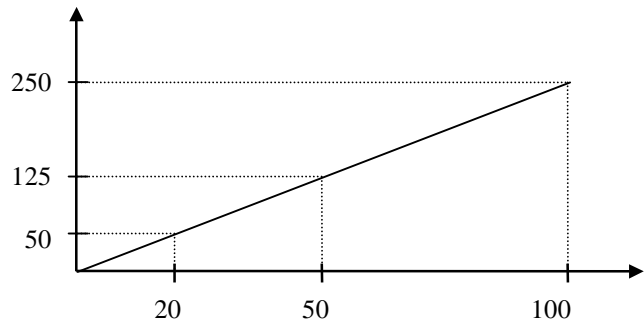
3) Die Beschäftigten eines Betriebes wurden nach der Entfernung (in km) zwischen Wohnung und Betrieb befragt. Aus den Daten erhielt man folgendes Histogramm für die absoluten Häufigkeiten:



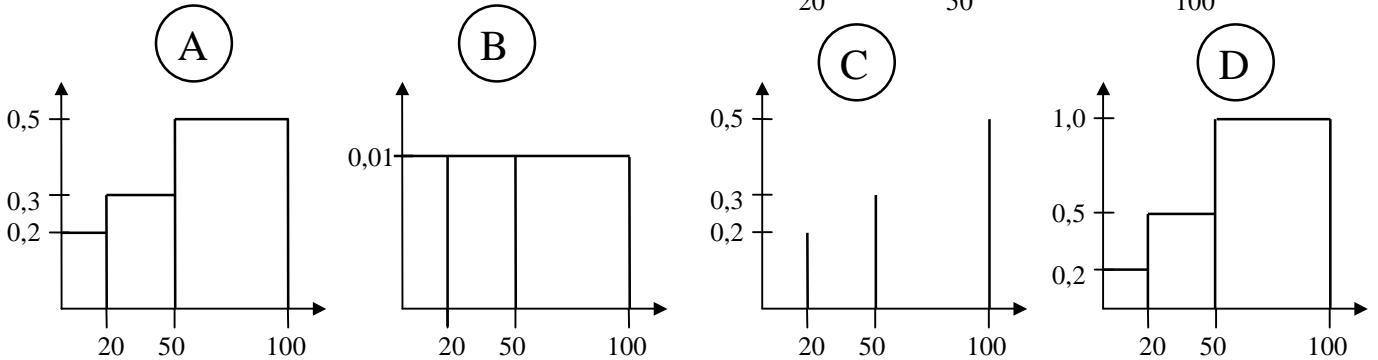
- a) Wie groß war der zu diesem Histogramm gehörende Stichprobenumfang?
- b) Wie lautet die zu diesem Histogramm gehörende klassierte Häufigkeitsverteilung?
- c) In welcher der nachstehenden Graphiken sind die zu diesem Histogramm gehörenden kumulierten absoluten Häufigkeiten korrekt dargestellt?



4) Aus den gruppierten Daten eines metrischen Merkmals ergibt sich für die kumulierten **absoluten** Häufigkeiten nebenstehende Summenkurve:



In welcher der nachstehenden Graphiken ist das richtige Histogramm der relativen Häufigkeiten abgebildet?



5) 16 Studenten haben folgende Noten in einer Prüfung erzielt:

3 1 2 2 1 4 5 4 3 5 2 5 6 2 3 2

- a) Bestimmen Sie die Häufigkeitsverteilung.
- b) Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung graphisch dar.
- c) Bestimmen Sie die Summenhäufigkeitsverteilung.
- d) Stellen Sie die Summenhäufigkeitsverteilung graphisch dar.

6) In einer Firma beträgt das arithmetische Mittel aller dort gezahlten Gehälter € 4.000,--. Auf Grund einer Vereinbarung wird das Gehalt aller leitenden Angestellten um 10 % erhöht. Auf diese Gruppe entfielen vor der Gehaltserhöhung 30 % der gesamten Gehaltssumme. Wie hoch ist das arithmetische Mittel **nach** der Gehaltserhöhung?

7) Bei Fernsehgeräten wurde für 1000 Geräte die folgenden Lebensdauern der Bildröhre ermittelt:

Lebensdauer in Jahren	Anzahl der Geräte
bis 2	33
über 2 bis 4	276
über 4 bis 6	404
über 6 bis 8	237
über 8 bis 10	50

- a) Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung (Histogramm und Polygon) und die Summenhäufigkeitsverteilung graphisch dar.
- b) Wie groß ist der Anteil der Bildröhren mit einer Lebensdauer von 5 Jahren und mehr (graphische Lösung)?
- c) Welche Lebensdauer wird von 80 % der Bildröhren mindestens erreicht (graphische Lösung)?

8) Für die 20 landwirtschaftlichen Betriebe in einer Gemeinde liegen folgende Daten vor:

Betriebsfläche (in ha)	50	100	30	200	20
Anzahl der Betriebe	7	2	5	1	5

Zeichnen Sie die Lorenzkurve.

9) Am Teich T5 sitzen die Angler Fred und Hubert, die beide noch nie etwas von der Konzentrationskurve gehört haben. Sie wissen auch nicht, dass sich der Fischbestand ihres Dorfes auf die Teiche T2 und T4 konzentriert. Es gibt insgesamt 5 Teiche, die alle etwa gleich groß sind. In diesem Dorf hat ein Statistiker den Fischbestand wie folgt geschätzt:

Teich	T1	T2	T3	T4	T5
Fische	150	600	350	800	100

Zeichnen Sie die Lorenzkurve.

10) Die Bevölkerung einer Stadt ist in einer Zeitspanne von 10 Jahren von 85.000 auf 100.000 angewachsen. Wie groß war die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate der Bevölkerung?

11) Die Wachstumsraten der Absatzmenge eines Produktes betrugen in den letzten 4 Perioden:

$$+ 25 \% \quad - 15 \% \quad - 5 \% \quad + 8 \%$$

Berechnen Sie die durchschnittliche Wachstumsrate pro Periode.

12) Es werden Bundesschatzbriefe vom Typ B (mit Zinsansammlung bis zum Ende der Laufzeit) mit folgendem Zinslauf angeboten:

Laufzeitjahr	1	2	3	4	5	6	7
Nominalzinssatz (%)	4,75	5,00	5,5	5,75	6,00	6,25	6,25

Wie hoch ist die durchschnittliche jährliche Verzinsung, d.h. wie hoch ist die Rendite, berechnet auf die gesamte Laufzeit von sieben Jahren?

13) Elf Studenten nehmen an einem Elfmeterschießen teil. Sie erzielen folgende Trefferzahlen bei 10 Schuss:

$$4 \quad 6 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 8 \quad 4 \quad 5 \quad 2 \quad 0 \quad 2$$

Bestimmen Sie das arithmetische Mittel und den Zentralwert.

14) Bei einer Untersuchung über den täglichen Wasserverbrauch (in l) von privaten Haushalten in einer Großstadt ergab sich folgende Häufigkeitsverteilung:

Wasserverbrauch pro Tag (über...bis)	0...200	200...400	400...600	600...1000
relative Häufigkeit	0,2	0,5	0,2	0,1

- a) Bestimmen Sie den Median (graphisch)
- b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel.

- 15) In der Region A sind 5.000 Arbeitslose registriert (Arbeitslosenquote 10 %). In der Region B gibt es 6.000 Arbeitslose (Quote 8 %). Wie hoch ist die mittlere Arbeitslosenquote für beide Regionen?
- 16) Eine bestimmte Ware wird durch einen Automaten in 500g - Packungen abgefüllt. Zur Kontrolle wird einer Tagesproduktion eine Stichprobe von 17 Packungen entnommen und der Inhalt gewogen ( Füllgewicht in g):

492 498 518 486 508 510 498 502 494  
 516 482 502 500 510 500 490 514

Berechnen Sie die Varianz, die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten des Füllgewichts.

- 17) Ein Landwirt stellt fest, dass sich seine Ausgaben für Futtermittel von 2000 bis 2004 erhöht haben.

Futtermittel	Ausgaben in €		$\frac{\text{Preis 2004}}{\text{Preis 2000}}$
	2000	2004	
Mais	1000	1500	1,25
Hafer	1250	1440	1,2
Heu	250	900	1,5

Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres und den Preisindex nach Paasche.

- 18) Die folgende Tabellen enthält für sieben Studenten Klausurnoten in Statistik und VWL:

Student	A	B	C	D	E	F	G
Note Statistik	1	3	3	4	5	4	2
Note VWL	3	3	4	5	4	2	1

Berechnen Sie ein geeignetes Maß für die Stärke des Zusammenhangs zwischen Statistik- und VWL-Noten und interpretieren Sie kurz das Ergebnis.

- 19) Eine Stichprobe in einem Lokal hat folgende Werte für das Alter von Gästen (in Jahren) und die Größe der Zeche (in €) ergeben.:

Alter	17	28	34	61	45	12	23	32	40	28
Zeche	10,50	22,90	28,40	20,80	31,70	15,60	19,80	30,10	36,70	24,80

- a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm in geeignetem Maßstab.
- b) Ermitteln Sie die Gleichung der Näherungsgeraden, die den obigen Sachverhalt am besten beschreibt und zeichnen Sie sie in das Streudiagramm ein.
- c) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten und interpretieren Sie das Ergebnis.

- 20) In einem Industriebetrieb wurden im Jahre 2005 bei unterschiedlichen Ausbringungsmengen eines Gutes folgende Gesamtkosten für dieses Gut beobachtet:

Monat	Ausbringungsmenge $x_i$ (in 1.000 Stück)	Gesamtkosten $y_i$ (in 1.000 ,-- €)
Januar	1	1,79
Februar	2	2,76
März	7	5,05
April	6	4,37
Mai	4	3,53

- a) Berechnen Sie die lineare Kostenfunktion  $y = a_1 + b_1x$   
 b) Interpretieren Sie die Koeffizienten betriebswirtschaftlich!  
 c) Wie stark ist der Zusammenhang zwischen den Merkmalen „Ausbringungsmenge“ und „Gesamtkosten“ ?  
 d) Wie hoch würden die Gesamtkosten nach der Kostenfunktion bei einer Ausbringungsmenge von 10.000 Einheiten sein?
- 21) Der Umsatz eines Unternehmens betrug (in T€):

	2000	2001	2002	2003
<b>1. Terial</b>	10	15	20	40
<b>2. Terial</b>	16	21	26	46
<b>3. Terial</b>	30	35	40	60

Ermitteln Sie die saisonbereinigte Zeitreihe bei additiver Verknüpfung der Zeitreihenkomponenten, wobei Informationsverluste am Anfang und am Ende der Zeitreihe zu vermeiden sind.

- 22) Welche der folgenden Aussagen über die Regressionsgerade  $\hat{y} = 1 + 9,5x$ , die nach dem Kriterium der kleinsten Quadrate berechnet wurde, sind richtig?
- a) Da die Regressionsgerade einen sehr starken Anstieg hat ( $b = 9,5$ ), besteht ein enger Zusammenhang zwischen den Merkmalen X und Y.  
 b) Es liegt ein Rechenfehler vor, denn für den Parameter b einer Regressionsgeraden gilt:  $-1 \leq b \leq 1$   
 c) Wenn sich x um eine Einheit erhöht, erhöht sich y durchschnittlich um 9,5 Einheiten.  
 d) wenn sich x um eine Einheit erhöht, erhöht sich y durchschnittlich um das 9,5 fache.  
 e) Die Regressionsfunktion sagt nichts darüber aus, wie stark oder schwach die Abhängigkeit zwischen x und y ist.
- 23) Ein Landwirt möchte feststellen, ob ein Zusammenhang zwischen Blütebeginn und Erntebeginn von hellen Süßkirschen besteht. Im Jahre 2005 machte er an 5 Bäumen folgende Beobachtungen:

Baum	Blütebeginn	Erntebeginn
A	28.04.	02.07.
B	29.04.	25.06.
C	01.05.	27.06.
D	02.05.	03.07.
E	03.05.	26.06.

Berechnen Sie den geeigneten Korrelationskoeffizienten.

24.) *Häufigkeiten, Varianz, Summenhäufigkeit*

Für die Bruttomonatslöhne der Arbeiter eines Unternehmens in der Bundesrepublik Deutschland wurde folgende Häufigkeitstabelle aufgestellt:

Bruttomonatslöhne ( $x_i$ )	Zahl der Arbeiter ( $n_i$ )
0 - 1.800	18
1.800 - 2.200	48
2.200 - 2.400	73
2.400 - 2.600	94
2.600 - 2.800	79
2.800 - 3.200	88

- a) Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten und mit deren Hilfe den durchschnittlichen Bruttomonatslohn in diesem Unternehmen?  
Wie groß ist die Bruttolohnsumme in diesem Unternehmen?
- b) Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung dieser Verteilung!
- c) Zeichnen Sie die Summenhäufigkeitsfunktion!

25.) *Regressions- und Korrelationsanalyse*

Ein Kaufhaus möchte eine Aussage über den Preis X (in €) und den Absatz (in 100 Stück) eines Gutes machen. Um einen Zusammenhang zwischen beiden Größen zu ermitteln, legt das Kaufhaus den Preis X in 5 Filialen unterschiedlich fest:

<b>X</b>	3	4	5	6	12
<b>Y</b>	14	13	10	7	6

Unterstellen Sie zwischen den Variablen einen linearen Zusammenhang der Form  $Y = f(X)$ .

- a) Berechnen Sie die Regressionsgerade und interpretieren Sie  $b_2$ .
- b) Bestimmen und interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten.
- c) Welchen Absatz kann das Unternehmen - bei Unterstellung des herausgefundenen linearen Zusammenhangs - im Durchschnitt erwarten, wenn es den Preis auf 2 € senkt? (Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit der beobachteten Absatzmenge bei einem Preis von 3.-- €. Wie lässt sich der Unterschied erklären?)

26.) *Preisindizes*

Ein Unternehmer vertreibt drei Güter. Die Umsätze dieser drei Güter für die Jahre 2002 und 2003 sowie die zugehörigen Preisverhältnisangaben sind der nachstehenden Tabelle zu entnehmen:

Gut	Umsatz in 1.000 €		Preisverhältnisangaben $\frac{P_{2003}}{P_{2002}}$
	2002	2003	
A	10	35	1,8
B	25	30	1,5
C	75	85	1,1

Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres für 2003 auf der Basis 2002 für die Güter.