Herleitung der Formel zur Berechnung der Varianz

Beh.: $$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} \overset{!}{=} \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n*(n-1)}$$

mit $$\overline{x} * n = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Bew.: $$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 2x_i\overline{x} + \overline{x}^2)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} x_i\overline{x} + \sum_{i=1}^{n} \overline{x}^2}{n-1} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\sum_{i=1}^{n} x_i\overline{x} + n\overline{x}^2\sum_{i=1}^{n} 1}{n*(n-1)}$$

Erweiterung mit $^n/_n$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\sum_{i=1}^{n} x_i * \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + n\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 * n}{n*(n-1)}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n*(n-1)}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n*(n-1)}$$ #