

- 1.) Bilden Sie die partiellen Ableitung 1. und 2. Ordnung zu folgenden Funktionen und bestimmen Sie den Gradient und die Hesse-Matrix:

a) $f(x, y) = x \cdot \ln y + xy^2$

b) $f(x, y) = x^2 e^y + xy$

c) $f(x, y) = y(x^2 + y + 6) + x(y^2 + 3)$

d) $f(x, y, z) = x + y + z + xy + yz + xz + xyz$

- 2.) Der Gewinn an einem Produkt hängt von 8 Einflussgrößen x_1, \dots, x_8 ab und lässt sich idealisiert beschreiben durch:

$$f\left(\begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix}\right) = x_1^2 + 2x_2 - x_3^2 + 4x_4 + x_5 + 0,2x_6^2 + 0,1x_7^3 - x_8^2$$

Für $\left(\begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix}\right) = (10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10)$ könnte das

Unternehmen jede der Einflussgrößen um 10 % erhöhen.

Welche Einflussgröße wird die größte Gewinnsteigerung verursachen, welche die größte Gewinnminderung?

- 3.) Die Arbeitsproduktivität ist in Abhängigkeit vom Produktionsvolumen Y und Arbeitsaufwand A in der Form $f(A, Y) = \frac{Y}{A}$ darstellbar.

Um ein 50 ME eines Gutes zu produzieren werden 10 Arbeitsstunden benötigt.

- a) Wie ändert sich die Arbeitsproduktivität näherungsweise, wenn in 11 Arbeitsstunden 60 ME dieses Gutes produziert werden?
(Hinweis: Verwenden Sie das totale Differenzial)
- b) Bestimmen Sie die partiellen relativen Elastizitäten für $Y = 50$ und $A = 10$.

- 3.) Der Gewinn eines Unternehmens hängt von 4 Einflussgrößen auf folgende Weise ab:

$$f\left(\begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix}\right) = 2x_1 + x_1x_2^2 + x_3^2 + 3x_4$$

Vom Ausgangsniveau $\begin{pmatrix} \rightarrow \\ x \end{pmatrix} = (5 \ 10 \ 10 \ 5)$ könnte das Unternehmen jede der Einflussgrößen um 10 % erhöhen

- Welche Einflussgröße wird die größte Gewinnsteigerung verursachen ?
 - Um welchen Betrag wird sich der Gewinn näherungsweise erhöhen, wenn alle Einflussgrößen um 10 % erhöht werden?
(Verwenden Sie das totale Differential !)
 - Wie groß sind die partiellen relativen Elastizitäten am Ausgangsniveau?
- 4.) Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion, den Funktionswert und zeigen Sie, dass es sich um Extrema handelt.

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 10y$

b) $f(x, y) = x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 6y$

c) $f(x, y) = x^3 - 6xy + 3y^2$

d) $f(x, y) = \frac{50}{x} + \frac{20}{y} + xy$

e) $f(x, y) = x^2y + y^2 - 6y - x^2$

f) $g(x, y) = 100x + 140y - x^2 - 2xy - 2y^2$