

1.) Bestimmen Sie die partielle Ableitung 1. Ordnung zu folgenden Funktionen:

a) $f(x, y) = x^3 + xy + y^3$ b) $f(x, y) = x^2 y^4$

c) $f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$ d) $f(x, y) = \frac{1}{4} x^{0,2} y^{0,8}$

e) $f(x, y) = e^{2xy} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$

Bilden Sie die ersten partiellen Ableitungen

1.) $f(x, y) = (x-3)^2 + 2xy^2 - 16$ 2.) $f(x, y) = 3x^2 y^3 + 4xy + x^2 e^{7y}$

3.) $f(x, y) = (\sqrt{xy})^3 + xy^2 \cdot (x-y)$ 4.) $f(x, y) = 3x^2 - 4y^2 + 5xy + 4y$

5.) $f(x, y) = \frac{5x}{y^2} \cdot e^{x+y}$ 6.) $f(x, y) = \frac{x^4 - 3x^2 y}{3x + 2y^2}$

7.) $f(x, y) = 5x^2 y^4 + 8 \frac{y^2}{x^5}$ 8.) $f(x, y) = x^2 \cdot e^{4x+5y}$

9.) $f(x, y) = x^2 \cdot \ln(x \cdot y) - e^{-2xy}$ 10.) $f(x, y) = 4x^\alpha y^{(1-\alpha)}$

11.) $f(x, y) = (x^3 y^2)^y$ 12.) $f(x, y) = 2y^{3x} \cdot \ln\left(\frac{x}{y}\right)$

2.) Untersuchen Sie, ob folgende Funktionen Extremwerte besitzen

a) $f(x, y) = 2x^3 - 24x - 18y + 3y^2$

b) $f(x, y) = 64 - 2x^2 - 3x - y + 3y^2$

c) $f(x, y) = 2x^2 + 2 + 4y^2 - y$

d) $f(x, y) = \frac{1}{3} x^3 - x^2 + y^3 - 12y$

e) $f(x, y) = 3x^3 + y^3 - 3y^2 - 36x$

f) $f(x, y) = 3x^2 + 3xy + 3y^2 - 9x + 1$

g) $f(x, y) = x^2 + 2xy + \frac{1}{2} y^2 + 2x + 4y - 7$

- 3.) Auf einer gegebenen landwirtschaftlichen Fläche sind x Mengeneinheiten eines Mineraldüngers und y Mengeneinheiten eines Kunstdüngers zur Erreichung eines Produktionszieles $f(x, y)$ einzusetzen.

$$\text{Die Produktionsfunktion lautet: } f(x, y) = 240 + 4x + 10y - x^2 + 3xy - \frac{5}{2}y^2.$$

Bei welcher Düngereinsatzkombination ergibt sich ein Produktionsmaximum?

- 4.) Eine Ackerfläche wird mit Getreide bestellt. Zuvor wird Kunstdünger der Sorte S1 in x Mengeneinheiten, der Sorte S2 in y Mengeneinheiten und der Sorte S3 in z Mengeneinheiten ausgestreut. Aus langjähriger Erfahrung weiß der Landwirt, dass der Ertrag in Abhängigkeit der Düngung durch folgende Funktion wiedergegeben wird:

$$f(x, y, z) = 490 + 2x + 2y - \frac{9}{2}x^2 - y^2 - \frac{1}{2}z^2 + 3xy + 2xz$$

Wie muss der Landwirt den Acker düngen, damit er einen maximalen Ertrag erzielt? Wie hoch ist der maximal erreichbare Ertrag?

- 5.) Loisl Huber hört sehr gerne klassische Musik mit Bach (b) und Mozart (m). Sein tägliches Lustniveau N hängt von der Hördauer b und m ab.

$$n(b, m) = -10 + 2m + b + 2\sqrt{mb}$$

Für diesen musikalischen Kunstgenuss bleiben ihm genau 5 Stunden. Wie lange wird Loisl pro Tag Bach und wie lange Mozart hören, damit er sein tägliches Wohlbefinden optimal gestaltet?

- 6.) Ermitteln Sie die stationären Stellen und prüfen Sie, ob es sich um Extremwerte handelt:

$$u(a, b, c, d) = a^4 - 4a^3 + bcd - 2cd - 2b - 4c - 8d + 1.$$

- 7.) Eine 2-Produkt-Unternehmung produziere nach der Gesamtkostenfunktion

$$K(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy$$

Die Marktpreise der Güter seien exogen vorgegeben mit $p_1 = 10$ GE und $p_2 = 5$ GE (\Rightarrow Polypol).

- Ermitteln Sie die Gewinnfunktion.
- Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen, den maximalen Gesamtgewinn und zeigen Sie dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.

8.) Eine 3-Produkt-Unternehmung produziere nach der Gesamtkostenfunktion

$$K(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + yz + 100$$

Die Marktpreise der Güter seien exogen vorgegeben mit $p_1 = 40$ GE,

$p_2 = 50$ GE und $p_3 = 80$ GE (\Rightarrow Polypol).

- a) Ermitteln Sie die Gewinnfunktion.
- b) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen, den maximalen Gesamtgewinn und zeigen Sie dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.

9.) Von einer 2-Produkt-Unternehmung, die als monopolistischer Anbieter am Markt agiert, sind folgende Größen bekannt:

a) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 0,5x^2 + xy + y^2 + 500.000$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 1.280 - 4x + y$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 2.360 + 2x - 3y$

b) Stückvariable Kosten: $k_1 = 2$ GE/ME und $k_2 = 5$ GE/ME

Nachfrage nach Gut 1: $x(p_1, p_2) = 600 - 50p_1 + 30p_2$

Nachfrage nach Gut 2: $y(p_1, p_2) = 800 + 10p_1 - 40p_2$

c) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 2x^2 + xy + 3y^2$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 16 - 2x$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 12 - y$

d) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 50x + 10y$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 400 - 2x + y$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 150 + 0,5x - 0,5y$

e) Stückvariable Kosten: $K(x, y) = x^2 - y^2$

Nachfrage nach Gut 1: $x(p_1, p_2) = 8 - 2p_1 + p_2$

Nachfrage nach Gut 2: $y(p_1, p_2) = 10 + p_1 - 3p_2$

(i) Ermitteln Sie die Gewinnfunktion.

(ii) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen bzw. die gewinnmaximalen Preise, den maximalen Gesamtgewinn und zeigen Sie dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.

8.) Eine 3-Produkt-Unternehmung produziere nach der Gesamtkostenfunktion

$$K(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy + yz + 100$$

Die Marktpreise der Güter seien exogen vorgegeben mit $p_1 = 40$ GE,

$p_2 = 50$ GE und $p_3 = 80$ GE (\Rightarrow Polypol).

- a) Ermitteln Sie die Gewinnfunktion.
- b) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen, den maximalen Gesamtgewinn und zeigen Sie dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.

9.) Von einer 2-Produkt-Unternehmung, die als monopolistischer Anbieter am Markt agiert, sind folgende Größen bekannt:

a) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 0,5x^2 + xy + y^2 + 500.000$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 1.280 - 4x + y$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 2.360 + 2x - 3y$

b) Stückvariable Kosten: $k_1 = 2$ GE/ME und $k_2 = 5$ GE/ME

Nachfrage nach Gut 1: $x(p_1, p_2) = 600 - 50p_1 + 30p_2$

Nachfrage nach Gut 2: $y(p_1, p_2) = 800 + 10p_1 - 40p_2$

c) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 2x^2 + xy + 3y^2$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 16 - 2x$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 12 - y$

d) Gesamtkostenfunktion $K(x, y) = 50x + 10y$

Preis für Gut 1: $p_1(x, y) = 400 - 2x + y$

Preis für Gut 2: $p_2(x, y) = 150 + 0,5x - 0,5y$

e) Stückvariable Kosten: $K(x, y) = x^2 - y^2$

Nachfrage nach Gut 1: $x(p_1, p_2) = 8 - 2p_1 + p_2$

Nachfrage nach Gut 2: $y(p_1, p_2) = 10 + p_1 - 3p_2$

(i) Ermitteln Sie die Gewinnfunktion.

(ii) Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen bzw. die gewinnmaximalen Preise, den maximalen Gesamtgewinn und zeigen Sie dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.