

**Übungen zur Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen ...
... mit gebrochenrationalen Elementen**

1.) Untersuchung einer ganzrationalen Funktion

Gegeben sei die Funktionenschar f_k mit

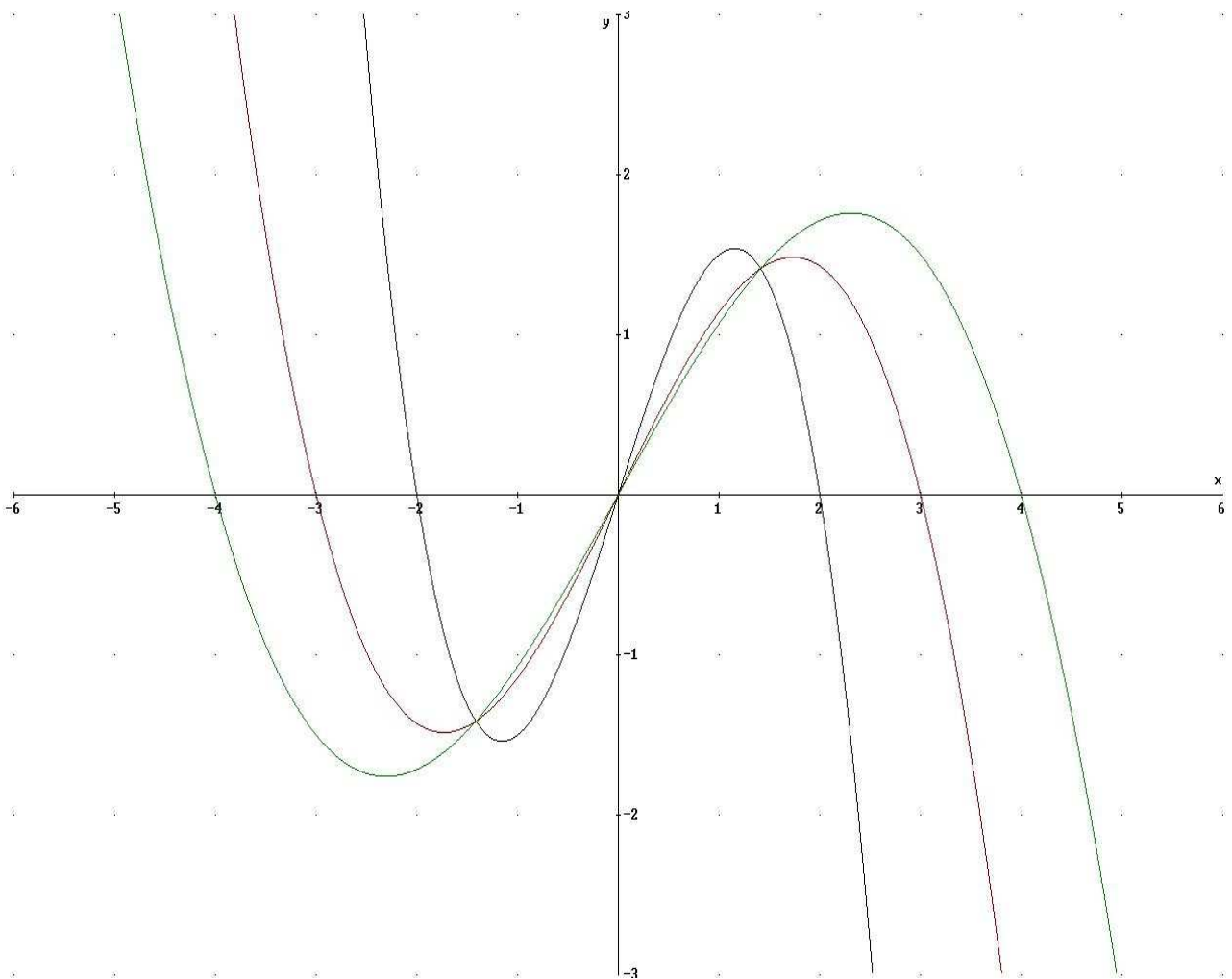
$$f_k(x) = -\frac{1}{k}x^3 + \frac{1}{k}x(k+2) \quad ; \quad k > 0$$

- (i) Untersuchen Sie die Funktion hinsichtlich folgender Kriterien:
- a) Symmetrie
 - b) Nullstellen
 - c) **Extremstellen**
 - d) Wendepunkt
 - e) Wendetangente
 - f) Grenzwertverhalten an den Rändern des Definitionsbereichs
- (ii) Die Funktion besitzt für $k_i \neq k_j$ mit $i, j \in \mathbb{N}$ und $i \neq j$ mehrere identische Funktionswerte, die von k unabhängig sind.
Beweisen Sie diese Behauptung und ermitteln Sie die gesuchten Werte.
- (iii) Der Ursprung O sowie die Punkte $A(x / 0)$ und $B(x / f_k(x))$ bilden für $k > 0$ ein rechtwinkliges Dreieck im 1. Quadranten.
Für welches x hat dieses Dreieck einen maximalen Flächeninhalt, wenn $k = 6$ gilt? Wie groß ist dann die Fläche?
- (iv) Bestimmen Sie die Werte für k in den nebenstehenden Anlage.
- (v) Für welchen Wertebereich von k , hat die Funktion Nullstellen im Intervall $[1,5 ; 2]$?

Anlage zu Aufgabe 1:

Graph der Funktion

$$f_k(x) = -\frac{1}{k}x^3 + \frac{1}{k}x(k+2) \quad ; \quad k > 0$$



2.) Untersuchung einer ganzrationalen Funktion ...

- a) Zeigen Sie, dass bei der Funktionenschar

$$f_k(x) = x^2 - kx \quad ; \quad k > 0$$

die relative Extremstelle in der Mitte zwischen den Nullstellen liegt.

... mit gebrochenrationalen Elementen

- b) Ermitteln Sie die Ortskurve der Extremwerte der Funktionenschar

$$f_k(x) = \frac{x^2}{k} + \frac{2k^2}{x} \quad ; \quad k > 0.$$

3.) Ganzrationale Parameterfunktion

Untersuchen Sie die gegebene Funktion

$$f_k(x) = x^4 - kx^2 \quad \text{mit } k > 0$$

hinsichtlich folgender Kriterien:

- a) Symmetrie
- b) Nullstellen
- c) Extremwerte
- d) Wendepunkte
- e) Ortskurve der Extremwerte
- f) Grenzwertverhalten an den Rändern des Definitionsbereichs
- g) Zeichnung der Funktion

4.) Parameter bei Funktionen

Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = tx^2 + x - \frac{2}{t}$ mit $t \neq 0$.

- a) Bestimmen Sie t so, dass $x = 1$ eine Extremstelle der Funktion ist.
- b) Um welche Art von Extremstelle handelt es sich?