

Lösungen:

1.) Bestimmen Sie die Lösung zu folgenden Aufgaben:

a)
$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$$

b)
$$\sum_{i=1}^4 \binom{6}{i} = \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = 6 + 15 + 20 + 15 = 56$$

c)
$$\frac{8!}{3!} = 6.720$$

d)

$$(y+4)^5 = \binom{5}{0}y^5 + \binom{5}{1}y^4 \cdot 4 + \binom{5}{2}y^3 \cdot 4^2 + \binom{5}{3}y^2 \cdot 4^3 + \binom{5}{4}y \cdot 4^4 + \binom{5}{5}4^5$$

$$(y+4)^5 = y^5 + 20y^4 + 160y^3 + 1.280y^2 + 1.280y + 1.024$$

2.) Lösen Sie folgende Gleichungen:

a)
$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Lösung:

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \quad \wedge \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } x^4 + x^2 - 8 = -6$$

Lösung:

$$\text{Substitution: } u^2 + u - 2 = 0$$

$$u_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow u_1 = 1 \wedge u_2 = -2$$

Resubstitution:

$$x_{1/2} = 1 \Rightarrow x_1 = 1 \wedge x_2 = -1$$

Die andere Lösung für u ist nicht relevant, weil aus negativen Zahlen im Reellen keine Quadratwurzel bestimmt werden kann.

$$\text{c) } \sqrt{x-1} + 3 = 5$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1} + 3 = 5 &\xrightarrow{-3} \sqrt{x-1} = 2 \xrightarrow{\text{Quadrieren}} x-1 = 4 \\ \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$\text{d) } 2^x + 4^x = 20$$

Lösung:

$$2^x + 4^x = 20 \Rightarrow 4^x + 2^x = 20 \Rightarrow 2^{2x} + 2^x - 20 = 0$$

$$\text{Substitution: } u^2 + u - 20 = 0$$

$$u_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow u_1 = 4 \wedge u_2 = -5$$

Resubstitution:

$$2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \quad \text{und} \quad 2^x = -5 \Rightarrow \text{nicht definiert}$$