

Übungsaufgaben für die Klausur

1.) Optimum unter Nebenbedingungen

Für einen Haushalt gelte in Bezug auf zwei Güter x und y folgende Nutzenfunktion:

$$U(x,y) = 4 x^{0,2} y^{0,8}$$

Bestimmen Sie den maximalen Nutzen unter Berücksichtigung, dass das Gut x 8 GE und das Gut y 5 GE kosten und nur 120 GE zur Verfügung stehen.

2.) Optimum unter Nebenbedingungen

Drei Betriebe erzeugen denselben Rohstoff und sollen ein gemeinsames Verarbeitungswerk erhalten. Die Lage der Betriebe kann durch die folgenden Koordinaten angegeben werden:

A [2 / 7]

B[4 / 2]

C[7 / 5]

Wo (Koordinate) ist das gemeinsame Verarbeitungswerk zweckmäßig zu bauen, wenn gefordert wird, dass die Quadratsumme der Abstände ein Minimum wird ?

Geben Sie auch die jeweiligen Entfernungen an .

3.) Optimum unter Nebenbedingungen

Zur Verpackung von losem Material wird ein geschlossener Karton mit verstärktem (= doppeltem) Boden benötigt.

- a) Welche Abmessungen der Verpackung garantieren den geringsten Materialverbrauch, wenn der Rauminhalt $V = 10 \text{ dm}^3$ betragen soll?
- b) Welche Abmessungen der Verpackung garantieren das größtmögliche Volumen, wenn der Materialverbrauch 80 dm^2 betragen soll?

4.) **Extremwerte bei Funktionen in mehreren Veränderlichen**

Gegeben sei die Funktionen

$$f(x,y) = 2xy + y^2 + 4x^2 - 6y - 3$$

$$f(x,y) = -2xy + 2x^2 + y^2 - x - 1$$

$$f(x,y) = -x^2 + y^2 - 4x + 10y$$

- a) Prüfen Sie, ob die Funktion einen Extremwert besitzt.
Wenn ja, dann beweisen Sie, um welche Art von Extremwert es sich handelt (Maximum oder Minimum).
- b) Wie groß ist der Extremwert?

5.) **Matrizenrechnung**

Aus den Rohstoffen R_1 und R_2 werden in der ersten Produktionsstufe die Vorprodukte V_1 , V_2 und V_3 hergestellt.

In einer zweiten Stufe werden die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 produziert.

Auf der dritten Stufe schließlich werden aus den drei Zwischenprodukten die beiden Endprodukte E_1 und E_2 erzeugt.

Die Produktionsmatrizen ergeben sich aus folgender Darstellung:

$$M_{RV} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad M_{VZ} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 12 \\ 4 & 6 & 10 \end{pmatrix} \quad M_{ZE} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Zeichnen Sie den zugehörigen Gozintographen.
- b) Ermitteln Sie Matrix, die den direkten Rohstoffbedarf für je eine ME der beiden Endprodukte darstellt (= M_{RE})
- c) Wie groß ist der Rohstoffbedarf bei 300 ME E_1 und 500 ME E_2 ?
- d) Wie groß ist der Rohstoffbedarf, wenn insgesamt 300 ME E_1 und 500 ME E_2 hergestellt werden müssen, allerdings aufgrund eines Produktionsfehlers von den Vorprodukten ($V_1 / V_2 / V_3$) jeweils 10 ME und von den Zwischenprodukten ($Z_1 / Z_2 / Z_3$) (80 / 30 / 50) ME nicht in die Endmontage weitergegeben werden können?