

Stetigkeit und Differenzierbarkeit

(1) Ableitungen: Gib die Steigungen für $x_0 = 1$ an!

a)	$f(x) = 4x^3$	b)	$f(x) = \frac{1}{5}x^5$
c)	$f(x) = -\frac{1}{10}x^2$	d)	$f(x) = 0,3x^4$
e)	$f(x) = cx^3$	f)	$f(x) = \frac{3}{4}bx^8$
g)	$f(x) = ax^{2n-3}$	h)	$f(x) = \frac{x^n}{n}$
i)	$f(x) = \frac{kx^{2n-1}}{2n-1}$	j)	$f(x) = x^{n+1}$

(2) Beweise die Ableitungen mit Hilfe des Differentialquotienten:

a) $f(x) = 1/x$	b) $f(x) = \sqrt{x}$	c) $f(x) = 4x^2$
-----------------	----------------------	------------------

(3) Beweise oder widerlege die Aussage:

$f(x) = |x|$ ist für $x_0 = 0$ differenzierbar,
d.h. es existiert eine eindeutige Ableitung.

(4) Bestimme bei folgenden Kurven die Gleichungen der Tangenten und der Normalen im jeweiligen Punkt $P(x_0; y_0)$:

a) $f(x) = x^3$	$x_0 = -1$	b) $f(x) = 1/8 x^4$	$x_0 = -2$
c) $f(x) = -0,4 x^2$	$x_0 = 2$		

- (5) In welchen Punkten haben die Funktionen mit den Gleichungen
 $f(x) = x^3$ und $g(x) = \frac{1}{2}x^4$
 die Steigungen 1 und 2 ?
- (6) Warum hat $y = x^3$ nie eine negative Steigung?
- (7) Welche Besonderheit besitzt die Steigung einer Gerade allgemein?
 Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Ableitung?
 Welche Steigung besitzen die 1. und die 2. Winkelhalbierende?
- (8) Lege an die Kurve mit der Gleichung $y = \frac{1}{8}x^3$ Tangenten parallel zur
 Geraden $g(x) = 1,5x$.
 Die Tangenten treffen die Kurve außer im Berührungspunkt noch in jeweils
 einem anderen Punkt P.
 Berechnen sie diesen!
 Welches ist der geringste Abstand zwischen der Kurve und der Geraden?
- (9) Bestimme die Tangente zur Funktion $f(x) = 2x^3 - 1$, die parallel zur Geraden
 $g(x) = 2x - 7$ verläuft.
- (10) Wie lautet die Tangentengleichung, wenn folgende beiden Angaben gemacht
 werden:
 (i) $f(x) = x^2 - 1$
 (ii) Normalengleichung: $n(x) = \frac{7}{2} - \frac{x}{4}$
 Wieviele Tangenten existieren eigentlich?
 Wie groß ist der Neigungswinkel der gesuchten Tangente?
- (11) Wie groß ist der geringste Abstand zwischen
 a) den beiden Geraden $g(x) = 2x - 4$ und $h(x) = 6x + 1$?
 b) der Parabel $f(x) = (x - 2)^2$ und der Geraden $g(x) = 3x - 10$?
 c) den beiden Geraden $g(x) = 4x - 3$ und $h(x) = 4x + 4$?