

Thema: **Ableitungsregeln;
Wurzelfunktionen**

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Wurzelfunktionen

30	
-----------	--

Geben seien folgende Funktionen:

$$a) \quad f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5} \qquad b) \quad f(x) = 3 - x + 2\sqrt{x}$$

Bearbeiten Sie die Funktionen hinsichtlich folgender Eigenschaften:

- (i) Definitionsbereich
- (ii) Schnittstellen mit den beiden Koordinatenachsen
- (iii) Extrema
- (iv) Graph der Funktion

Aufgabe 2: Ableitungen

10	
-----------	--

Bilden Sie jeweils die 1. Ableitung zu folgenden Funktionen:

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-4}} \quad \text{und} \quad g(x) = (3x^2-4x)^{10} \cdot \sqrt{18x-2}$$

Aufgabe 3: Steigungen

10	
-----------	--

Gegeben sie die Funktion $f(x) = 2\sqrt{9-x^2}$

- a) An welcher Stelle hat die Funktion die Steigung $m = 2$?
- b) Welche Steigung hat die Funktion an der Stelle $x = 3$?

Name	Klasse	Gruppe	Datum	Note
Art der Arbeit:		Fach:		

Lösung

① a) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$

$\mathbb{D}: -x^2 + 4x + 5 \geq 0 \leadsto x_1 \geq -1 \vee x_2 \leq 5$

$\mathbb{D} = [-1; 5]$

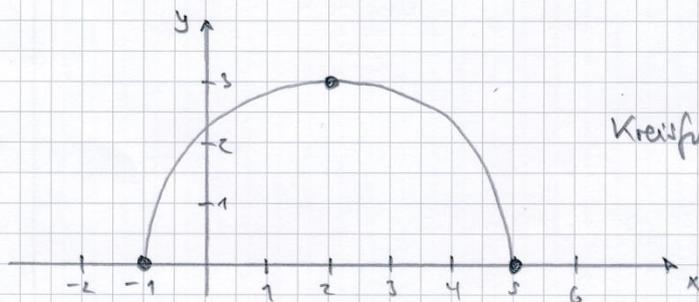
Schnittstellen: $S_y (0 | \sqrt{5})$

Nullstellen: $x_1 = -1 \vee x_2 = 5$

Extrema: $f'(x) = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{-x^2 + 4x + 5}} = 0$

$x = 2$

$\Rightarrow \text{Max} (2 | 3)$



b) $f(x) = 3 - x + 2\sqrt{x}$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$

Schnittstellen: $S_y (0 | 3)$

Nullstellen: $3 - x = -2\sqrt{x}$

$9 - 6x + x^2 = 4x$

$x^2 - 10x + 9 = 0 \leadsto x_1 = 1 \vee x_2 = 9$

3

1

2

5

4

$\Sigma 15$

2

1

Name	Klasse	Gruppe	Datum	Note
Art der Arbeit:		Fach:		

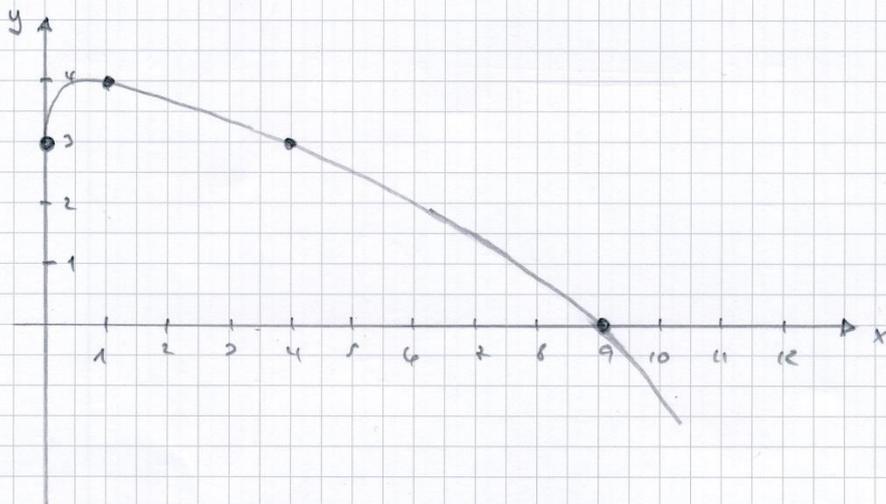
Probe: $f(1) = 3 - 1 + 2 \cdot \sqrt{1} = 4 \neq 0 \Rightarrow x = 1$ keine Nst

$f(9) = 3 - 9 + 2 \cdot \sqrt{9} = 0 \Rightarrow x = 9$ ist Nst

Extrema: $f'(x) = -1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \leadsto x = 1$

$f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}} \leadsto f''(1) = -\frac{1}{2} < 0$

MAX (1/4)



② $f'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2-4} - (x-1) \cdot \frac{2x}{2 \cdot \sqrt{x^2-4}}}{x^2-4}$

$g'(x) = 10(3x^2-4x)^9 (6x-4) \sqrt{18x-2}$
 $+ (3x^2-4x)^{10} \cdot \frac{9}{\sqrt{18x-2}}$

4

4

4

$\Sigma 15$

S

S

$\Sigma 10$

Name	Klasse	Gruppe	Datum	Note
Art der Arbeit:		Fach:		

③ Steigungen

$$a) f'(x) = \frac{2 \cdot 1 \cdot (-2x)}{2 \cdot \sqrt{9-x^2}} = 2$$

$$-2x = 2 \cdot \sqrt{9-x^2}$$

$$-x = \sqrt{9-x^2} \quad | \text{Quadrieren}$$

$$x^2 = 9-x^2$$

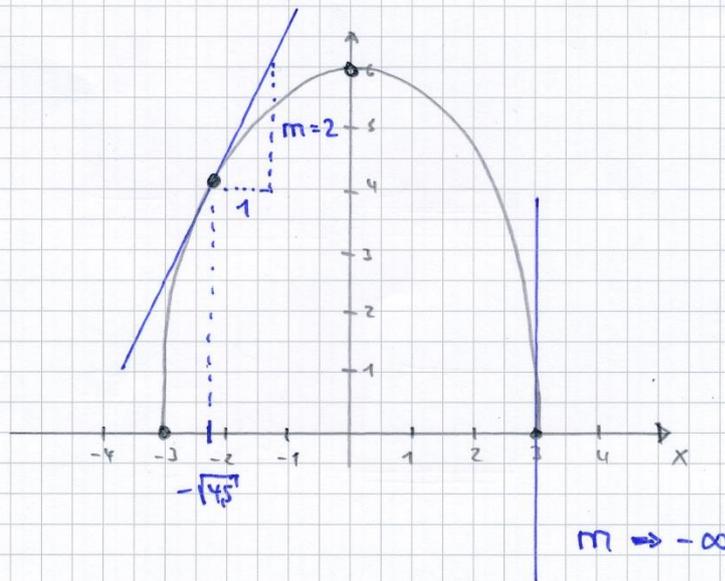
$$2x^2 = 9$$

$$|x| = \sqrt{4,5} \approx 2,12$$

⇒ Nur bei $x = -\sqrt{4,5}$ beträgt die Steigung $m=2$.

$$b) f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{9-x^2}}$$

$f'(3) = \text{n. definiert} \Rightarrow \text{Rand des Def.-Bereich}$
 $\Rightarrow \text{Steigung} \rightarrow -\infty$



6

4
 $\frac{4}{\Sigma 10}$