



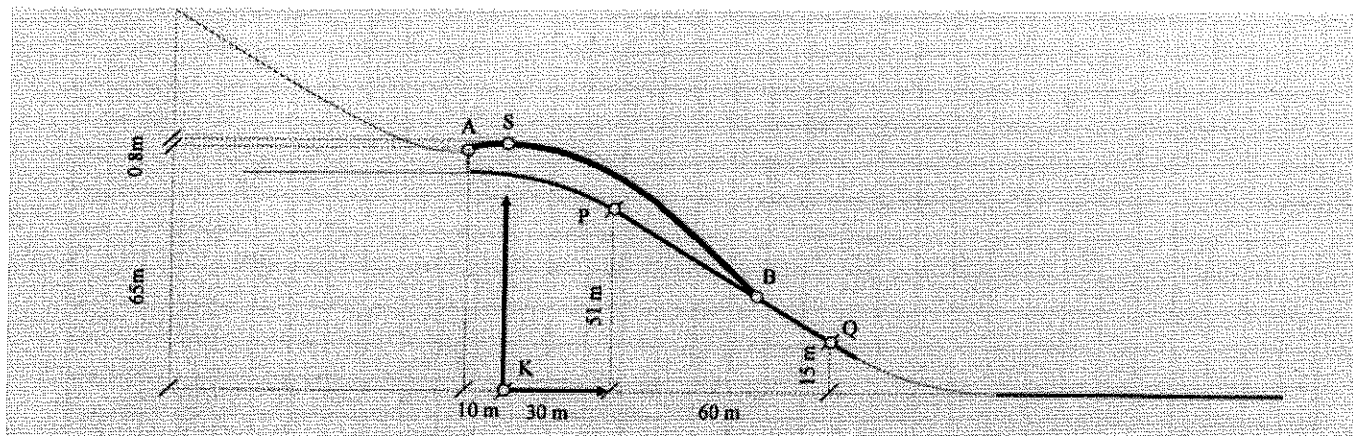
## Fachhochschulreifeprüfung 2008

Schulformen:	Höhere Berufsfachschule - Fremdsprachen - Datenverarbeitung - Betriebswirtschaft Schwerpunkt: Industrie; Handel; Verwaltung. - Berufsoberschule I - Duale Berufsoberschule
Prüfungsfach:	Mathematik
Bearbeitungszeit:	drei Zeitstunden
Zugelassene Hilfsmittel:	Taschenrechner nicht graphikfähig
Hinweise:	- Von den <b>vier</b> Aufgabengruppen sind nach freier Wahl, nur <b>drei</b> zu bearbeiten! - Jede Aufgabengruppe ist auf einem gesonderten Bogen zu bearbeiten. - Fehlende Aufgaben sind umgehend der Prüfungsaufsicht anzuzeigen!

# 1. Aufgabengruppe

## 1.1 Aufgabe

### Skisprungschanze



Wenn man die Luftreibung und Auftriebseffekte vernachlässigt, dann hat die Flugbahn eines Skispringers die Form einer Parabel (ausgezogene schwarze Linie durch A, S und B). Wählen Sie den Punkt K(0/0) als Ursprung eines Koordinatensystems.

Der Scheitelpunkt S liegt 0,8 m höher als der Absprungpunkt A.  
Die Landezone zwischen den Punkten Q und P ist eben.

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung  $g(x)$  durch Q und P.
- Bestimmen Sie die Gleichung  $f(x)$  der Flugbahn.
- Berechnen Sie, unabhängig von den Berechnungen aus a) und b), einen Landepunkt B, wenn die Flugbahn durch die Gleichung  $h(x) = -\frac{8}{1000}x^2 + \frac{658}{10}$  und die Landezone durch  $y_L = -0,6x + 69$  beschrieben werden.

Die Koordinaten der anderen Punkte sind aus der Zeichnung zu übernehmen.  
Dezimalzahlen sind nur erlaubt, wenn diese „aufgehen“.

## 1.2 Aufgabe

Gegeben ist die Funktionsschar  $f(x) = \frac{1}{2}(4x^4 + 3x^2 - k)$  mit  $x, k \in \mathbb{R}$ . (reelle Zahlen)

- Bestimmen Sie  $k$  so, dass die Funktion  $f$  bei  $x = -\frac{1}{2}$  eine Nullstelle hat.
- Ermitteln Sie für  $k=1$  alle Nullstellen der Funktion  $f$ .

## Aufgabengruppe 2

### 2.1 Aufgabe

Gegeben sind ganzrationalen Funktionen  $f$  und  $g$  mit:

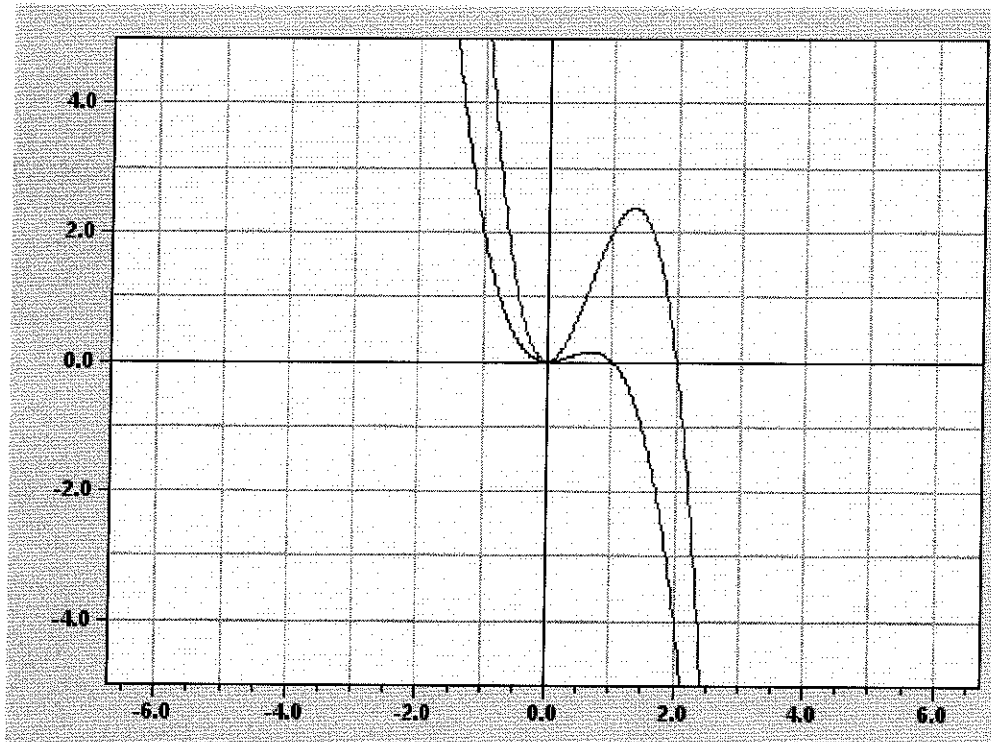
$f(x) = -x^3 + x^2$  und  $g(x) = -2x^3 + 4x^2$  mit  $x \in \mathfrak{R}$  und ein Ausschnitt ihrer grafischen Darstellung (Siehe unten).

- Bestimmen Sie für  $f(x)$  rechnerisch die Extrempunkte und den Wendepunkt.
- Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $f$  mit  $g$  und ermitteln Sie das Maß der von den Graphen eingeschlossenen Fläche.
- Die in b) berechnete Fläche liegt teilweise oberhalb und teilweise unterhalb der  $x$ -Achse. Bestimmen Sie den prozentualen Anteil der Fläche, die oberhalb der  $x$ -Achse liegt.
- Eine weitere Funktion  $h$  – auch dritten Grades hat Nullstelle bei 0 und 3 sowie Extremwerte bei 0 und 2. Außerdem hat die Funktion an der Stelle 1 den Wert 6. Bestimmen Sie diese Funktion.

### 2.2 Aufgabe

Bestimmen Sie bei der Parabelschar  $f(x) = x^2 + 3x - 2ax - 6a$   $x, a \in \mathfrak{R}$  die Nullstellen. Skizzieren Sie die Schaubilder (in einem Koordinatensystem) für  $a = -1$ ;  $a = 0$  und  $a = 1$

Zu 2.1



### 3 Aufgabengruppe

#### 3.1 Aufgabe

Der Innenquerschnitt eines Transportflugzeuges kann durch die Graphen der Funktionen

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 12 \text{ und } g(x) = \frac{1}{6}x^2 - 2 \text{ beschrieben werden.}$$

- Berechnen Sie diese Fläche.
- Welche Maße darf ein rechteckiger Container, mit der Fläche A, maximal haben, damit er im Querschnitt in den Laderaum passt?
- Fertigen Sie auch eine Skizze an.

#### 3.2 Aufgabe

Gegeben ist die Gleichung der Geradenschar  $g : y = 2ax + 1$  mit dem Parameter  $a \in \mathbb{R}$ .  
Bestimmen Sie den Parameter  $a$  so, dass

- der Punkt  $P(1/5)$  auf der Geraden  $g_1$  liegt. Bestimmen Sie auch die Gerade.
- die Gerade  $g_2$  parallel ist zur Geraden  $h: y = \frac{1}{2}x - 5$ . Bestimmen Sie auch die Gerade.
- Die Gerade  $g_3$ , die die Parabel mit der Gleichung  $y = -x^2 + 4x$  berührt.  
Teilaufgabe c) ist auch zu zeichnen.

## 4. Aufgabengruppe

### 4.1 Aufgabe

Die Konzentration eines Medikamentes (in  $\frac{mg}{cm^3}$ ) im Blut eines Patienten lässt sich durch die

Funktion  $K(x) = \frac{0,16x}{(x+2)^2}$  beschreiben (x: Zeit in Stunden seit der Medikamenteneinnahme).

- a) Nach welcher Zeit wird die Konzentration am höchsten sein?
- b) Wie hoch ist diese Konzentration?
- c) Welchen Wert hat die Konzentration nach 30 Minuten?
- d) Welche momentane Steigerung der Konzentration -in %- ergibt sich rechnerisch zu diesem Zeitpunkt?
- e) Nach welcher Zeit ist die Konzentration kleiner oder gleich als  $\frac{38}{10000} \frac{mg}{cm^3}$  im Blut  
- Zeitangabe in Stunden / Minuten / Sekunden -
- f) Skizzieren Sie  $K(x)$  für  $x > -2$

### 4.2 Aufgabe

- a) Bestimmen Sie eine gebrochen – rationale Funktion, deren Graph die x – Achse nur in  $x = 2$  schneidet. Die einzige Polstelle liegt bei  $x = 1$ . Die Asymptote lautet  $y_A = 2$ .
- b) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall  $[-10 ; 10]$  mit obigen Angaben.

# Lösung zu BOS I 2008

## 1. Aufgabengruppe

### 1.1 Aufgabe 15 Punkte

Lösung A(-10/65) S(0/65,8) P(30/51) Q(90/15)

$$51 = 30m + b$$

Gleichung der Geraden  $15 = 90m + b \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + 69$

$$f(-10) = 65 \Rightarrow 65 = 100a - 10b + c$$

Gleichung der Parabel  $f(0) = 68,5 \Rightarrow 65,8 = c$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 0 = b$$

$$f(x) = -\frac{1}{125}x^2 + 65,8$$

Berechnung von B Geradengleichung = Parabelgleichung  
 $x_1 = 69,22 \text{ m}$   $x_2 = 5,78$  nicht realistisch

### 1.2 Aufgabe 5 Punkte

$$0 = \frac{1}{2} \left( 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - k \right) \Rightarrow k = 1$$

$$0 = \frac{1}{2} (4x^4 + 3x^2 - 1) \text{ Substitution } 4z^2 + 3z - 1 = 0 \quad z_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2} \quad z_2 = -1 \text{ kwL.}$$

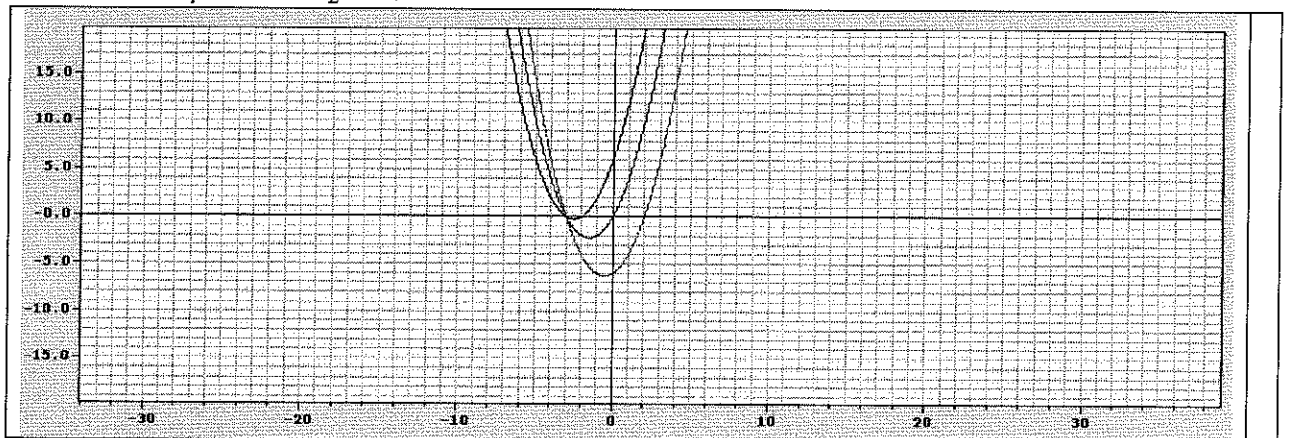
## 2. Aufgabengruppe

### 2.1 Aufgabe 15 Punkte

a)	Für $f(x)$ T(0/0) H(0,667/0,148) W(0,33/0,07)
b)	$f(x) = g(x)$ S <sub>1</sub> (0/0) S <sub>2</sub> (3/-18) Flächenmaß $A = \left  \int_0^3 [f(x) - g(x)] dx \right  = \frac{27}{4} = 6,75 \text{ FE}$
c)	Fläche oberhalb der x-Achse $A_0 = \left  \int_0^2 g(x) dx \right  - \left  \int_0^1 f(x) dx \right  = \frac{31}{12} \Rightarrow \frac{A_0}{A} = \frac{31}{12} : \frac{27}{4} \approx 0,382 \Rightarrow \approx 38,3\%$
d)	Ansatz $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow h(x) = -3x^3 + 9x^2$

### 2.2 Aufgabe 5 Punkte

LÖSUNG:  $x_1 = 2a$   $x_2 = -3$



### 3. Aufgabengruppe

#### 3.1 Aufgabe 13 Punkte

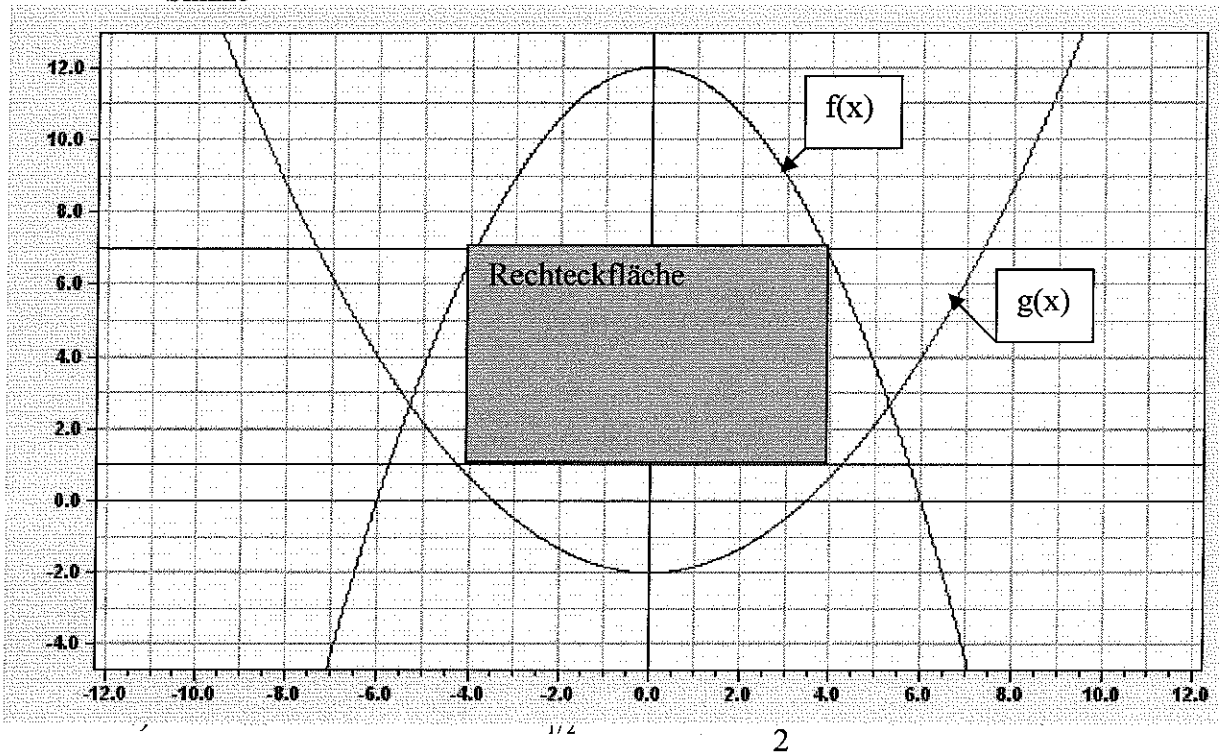
Schnittpunkte der Funktionen  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 12 = g(x) = \frac{1}{6}x^2 - 2$

$$x^2 = 28 \Rightarrow x_{1/2} = 2 \cdot \sqrt{7} \approx \pm 5,29 \quad \text{Fläche } A = \left| \int_{-2\sqrt{7}}^{2\sqrt{7}} (-0,5x^2 + 14) dx \right| = 98,77 \text{ FE}$$

Rechteckfläche  $A(x) = 2 \cdot x \cdot (-0,5x^2 + 14) \quad A(x) = -x^3 + 28x \quad A'(x) = -3x^2 + 28 = 0$

$$x_{1/2} = \sqrt{\frac{28}{3}} \quad x \approx 3,06 \quad y = \frac{28}{3} \approx 9,33 \quad A''(x) = -6x < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

Skizze



#### 3.2 Aufgabe 7 Punkte

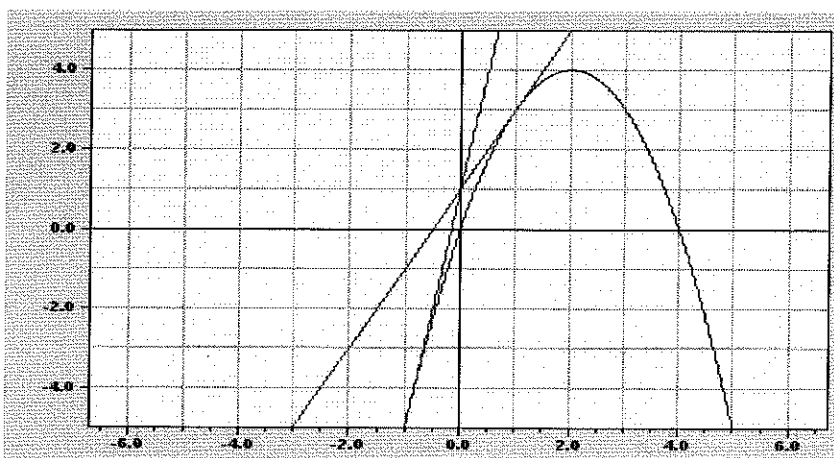
Lösung

a)  $5 = 2a + 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 4x + 1$

b)  $2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$

c)  $2ax + 1 = -x^2 + 4x \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-(2a-4) \pm \sqrt{(2a-4)^2 - 4}}{2}$

Da nur eine Lösung  $(2a-4)^2 - 4 = 0 \Rightarrow a_1 = 3 \quad a_2 = 1 \Rightarrow y_1 = 6x + 1 \quad y_2 = 2x + 1$



## 4. Aufgabengruppe

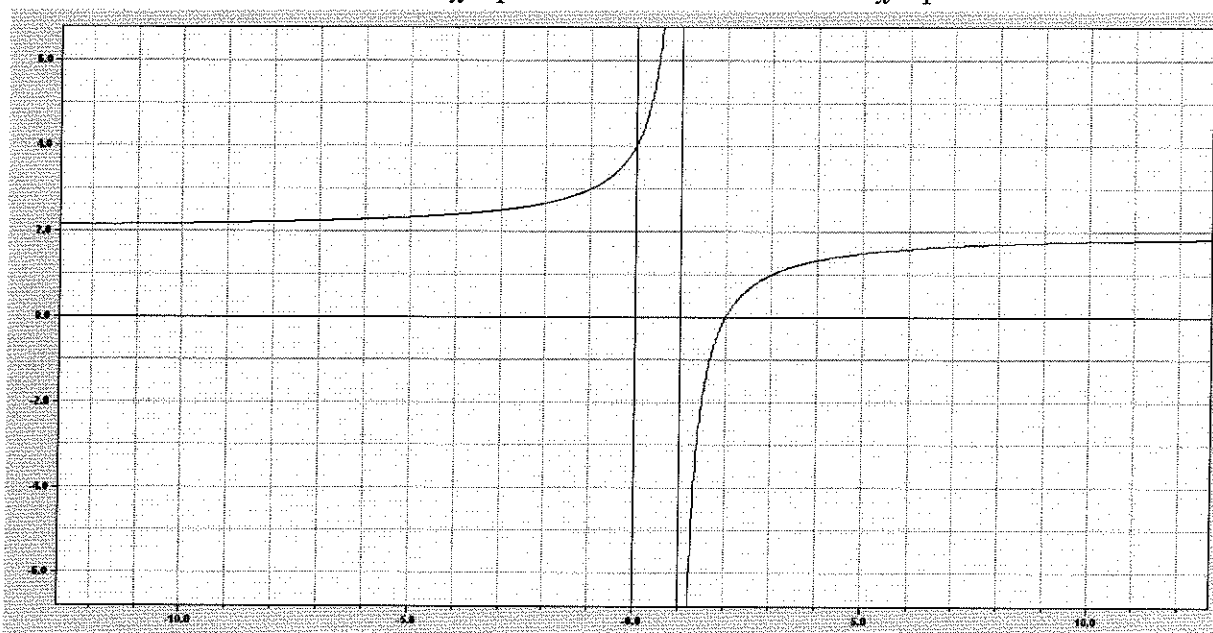
### 4.1 Aufgabe 15 Punkte

Lösung:

- a) Ableitung  $K'(x) = \frac{-0,16x^2 + 0,64}{(x+2)^4} = \frac{0,32 - 0,16x}{(x+2)^3}$   $0,32 - 0,16x = 0 \Rightarrow x = 2h$
- b)  $K(2) = 0,02$
- c)  $K(0,5) = 0,0128$
- d)  $K'(0,5) = 0,01536$  ca. 1,54%
- e)  $\frac{38}{10000} = \frac{0,16x}{(x+2)^2} \Rightarrow x_1 \geq 38h$   $x_2 \leq \frac{2}{19}h \approx 6\text{min}19\text{sec}$
- f) Skizze

### 4.2 Aufgabe 5 Punkte

Durch Nullstelle und Pol gilt  $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$ . Da  $y_A = 2$  ist gilt  $f(x) = \frac{2(x-2)}{x-1}$



Notenverteilung

Jede Aufgabengruppe ist mit 20 Punkten zu bewerten

1	2	3	4	5	6
60 - 54	53 - 46	45 - 37	36 - 26	25 - 13	12 - 0