

1.) Quadratische Gleichungen

Lösen Sie die Gleichungen mittels geeigneter Rechnung.

a) $(x+2)(x-1) = 0$

b) $x(x+3) = 0$

c) $3x^2 - 9 = 39$

d) $(x-2)^2 = 9$

e) $x^2 - 4x = 0$

f) $x^2 - 5x + 4 = 0$

g) $x^2 + 10x + 25 = 36$

h) $2x^2 - 16x + 30 = 0$

i) $5x^2 - 5x = 60$

j) $x - \frac{1}{x} = 0$

Lösung:

$$\Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2$$

a)
$$\Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$$

b)
$$\Rightarrow x_1 = 0 \text{ und } \Rightarrow x+3 = 0 \Rightarrow x_2 = -3$$

c)
$$3x^2 = 48 \xrightarrow{:3} x^2 = 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x| = 4$$

d)
$$(x-2)^2 = 9 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x-2| = 3$$

$$\Rightarrow x_1 = 5 \text{ und } x_2 = -1$$

e)
$$\Rightarrow x_1 = 0 \text{ und } \Rightarrow x-4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$$

f)
$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 4 \text{ und } x_2 = 1$$

$$x^2 + 10x + 25 = 36 \xrightarrow{-36} x^2 + 10x - 11 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{g) } x_{1/2} &= \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 44}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-10 \pm 12}{2} \\ x_1 &= 1 \quad \text{und} \quad x_2 = -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } x_{1/2} &= \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{4} = \frac{16 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{16 \pm 4}{4} \\ x_1 &= 5 \quad \text{und} \quad x_2 = 3 \end{aligned}$$

$$5x^2 - 5x = 60 \xrightarrow{-60} 5x^2 - 5x - 60 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{i) } x_{1/2} &= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 1.200}}{10} = \frac{5 \pm \sqrt{1.225}}{10} = \frac{5 \pm 35}{10} \\ x_1 &= 4 \quad \text{und} \quad x_2 = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } x - \frac{1}{x} &= 0 \xrightarrow{\cdot x} x^2 - 1 = 0 \xrightarrow{+1} x^2 = 1 \\ \Rightarrow |x| &= 1 \Rightarrow x_1 = 1 \quad \text{und} \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

2.) Textaufgaben zu quadratischen Gleichungen

- a) Wie lang sind die Seiten eines rechtwinkligen Grundstücks, wenn die Fläche 77 cm^2 beträgt und die Breite um 4 cm kürzer als die Länge ist?

Lösung: Seite 1: x Seite 2: $x - 4$

$$x(x-4) = 77 \Rightarrow x^2 - 4x - 77 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 308}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{4 \pm 18}{2}$$

$$x_1 = 11 \quad \text{und} \quad x_2 = -7$$

Antwort: Seite 1: $11 [\text{cm}]$ und Seite 2: $7 [\text{cm}]$

- b) Die Zahl 154 lässt sich als Produkt zweier Zahlen schreiben deren Summe 25 ist.

Wie lauten die beiden Zahlen?

Lösung: Zahl 1: x Zahl 2: y

$$x \cdot y = 154 \xrightarrow{y=25-x} x \cdot (25-x) = 154 \Rightarrow -x^2 + 25x - 154 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 616}}{-2} = \frac{-25 \pm \sqrt{9}}{-2} = \frac{-25 \pm 3}{-2}$$

$$x_1 = 11 \text{ und } x_2 = 14$$

Antwort: Zahl 1: 11 und Zahl 2: 14

- c) Eine rechteckige Terrasse ist zweimal so lang wie breit. Sie wird mit 800 quadratischen Platten ausgelegt. Jede Platte hat eine Kantenlänge von 20 cm.

- (i) Fertigen Sie eine Skizze zur Veranschaulichung der Situation an.

Lösung:



- (ii) Wie groß ist die Terrasse?

Lösung:

$$\text{Plattenfläche: } 0,2 [m] \cdot 0,2 [m] = 0,04 [m^2]$$

$$\text{Fläche der 800 Platten} = \text{Fläche der Terrasse}$$

$$\Rightarrow 800 \cdot 0,04 [m^2] = 32 [m^2]$$

- (iii) Wie viel kostet die Verlegung der Platten und das Anlegen der Terrasse, wenn folgende Kosten zu berücksichtigen sind?

=> **Kosten für 1 Platte:** 2,50 €

=> **Verlegekosten pro m²:** 5,00 €

=> **Beutel Klebemasse:** 25,00 €

Der Beutel reicht für eine Fläche von 100 m².

Lösung:

<i>Kosten Platten:</i>	$800 \cdot 2,50 [€] = 2.000,00 [€]$
<i>Verlegekosten:</i>	$32 [m^2] \cdot 5,00 [€] = 160,00 [€]$
<i>Beutel Klebemasse:</i>	$25,00 [€]$
<i>Gesamt:</i>	$2.185,00 [€]$

(iv) Wie viele Platten liegen dann entlang der kürzeren Seite in einer Reihe?

Lösung:

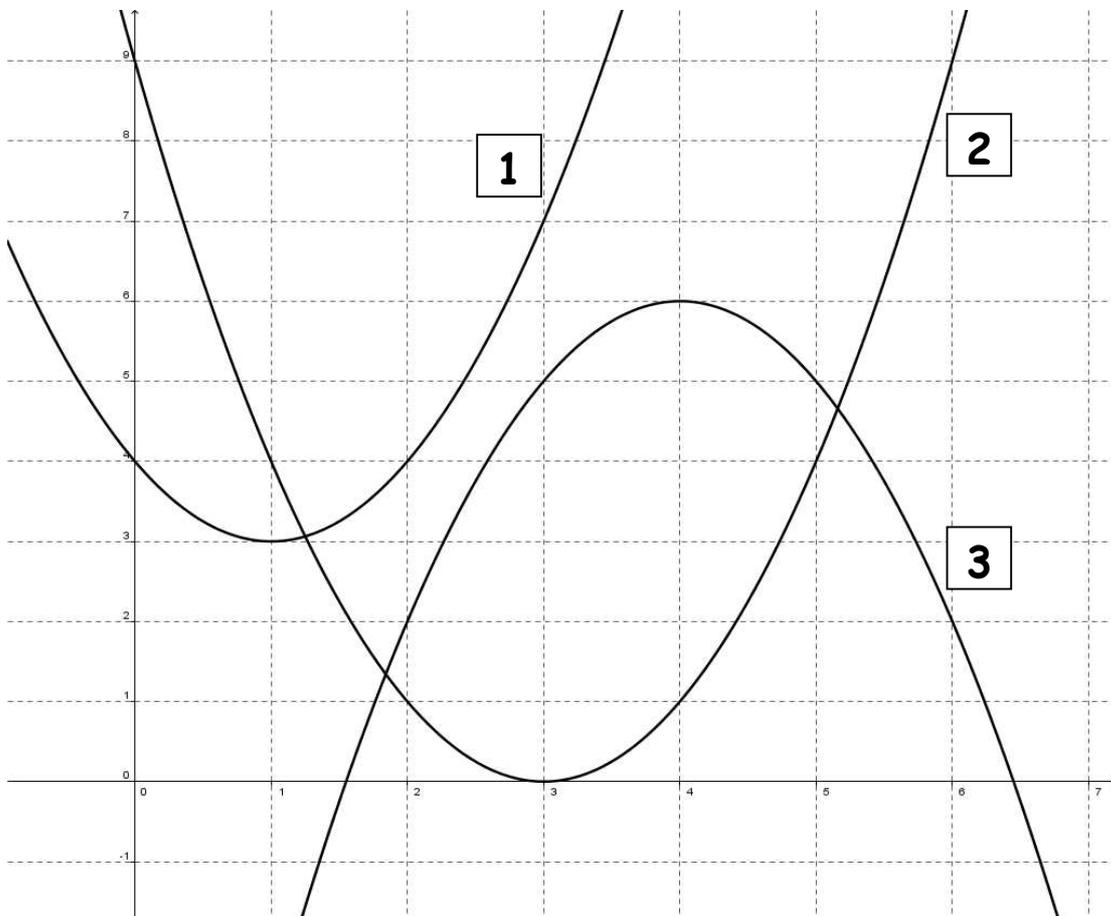
$$\text{Fläche: } 2x^2 = 32 \xrightarrow{:2} x^2 = 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x| = 4$$

Die Seitenlängen betragen 4 m und 8 m.

$$\text{Anzahl der Platten entlang der kleineren Seite: } 4 : 0,2 = 20$$

3.) Parabeln - aber welche Funktionsvorschrift?

- Nennen Sie die Koordinaten der Scheitelpunkte.
- Bestimmen Sie die Funktionsvorschriften der drei Parabeln.



Lösung:

Funktion 1: $S(1 | 3)$ $f(x) = (x-1)^2 + 3$

Funktion 2: $S(3 | 0)$ $f(x) = (x-3)^2$

Funktion 3: $S(4 | 6)$ $f(x) = -(x-4)^2 + 6$

4.) Lage einer Parabel

Ergänzen Sie die Tabelle:

Scheitelpunkt	Funktionsgleichung	Erklärung der Verschiebung
$S(3 -2)$	$f(x) = (x-3)^2 - 2$	Die Normalparabel wird um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach unten verschoben.
$S(4 1)$	$f(x) = (x-4)^2 + 1$	Die Normalparabel wird um 4 Einheiten nach rechts und 1 Einheit nach oben verschoben.
$S(-4 -3)$	$f(x) = (x+4)^2 - 3$	Die Normalparabel wird um 4 Einheiten nach links und 3 Einheiten nach unten verschoben.
$S(-5 1)$	$f(x) = (x+5)^2 + 1$	Die Normalparabel wird um 5 Einheiten nach links und 1 Einheit nach oben verschoben.
$S(-2 +3)$	$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$	Stauchung in y-Richtung mit $\frac{1}{2}$, Verschiebung um 2 Einheiten nach links und 3 Einheiten nach oben.