

# Musterlösung GY 02 c vom 19.12.2003

Themen: Kurvendiskussion, Produkt- & Kettenregel, Finanzmathematik

**Aufgabe 1:**  $f(x) = \frac{x+2}{x^2} - 3$

- a) Definitionsbereich:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 b) Symmetrie: keine, weil  $f(-x) \neq f(x)$  und  $f(-x) \neq -f(x)$

c) Nullstellen:

$$\frac{x+2}{x^2} - 3 = 0$$

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{2}{3}$$

d) Extrema

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} = 0$$

$$x = -4$$

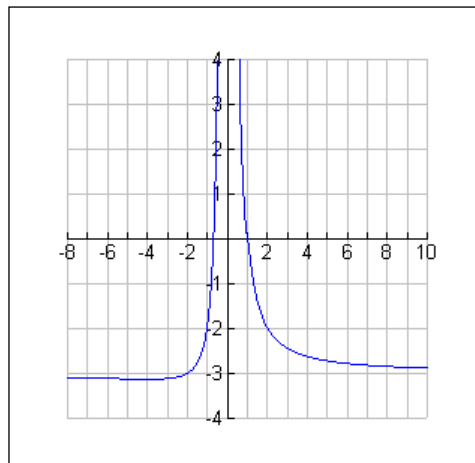
$$f''(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{12}{x^4} \Rightarrow f''(-4) = \frac{1}{64} > 0$$

$$\Rightarrow \text{lokales Min} \left( -4 \mid -3\frac{1}{8} \right)$$

- e) Grenzwerte (Fkt.-Ränder):

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -3$$

- f) Graph



## Aufgabe 2:

$$11.744 = 70.000 \cdot 0,8^n$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{11.744}{70.000}\right)}{\ln(0,8)}$$

$$n = 8$$

## Aufgabe 3:

$$2K_0 = K_0 \cdot 1,05^n$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1,05)}$$

$$n = 14,21 \approx 15$$

## Aufgabe 4:

n	1	2	3	4	5
a <sub>n</sub>	1	3	9	27	81

b)  $a_n = 3^{n-1}$

c) Es existiert ein konstanter Quotient q mit  $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

d)

$$s_{100} = 1 \cdot \frac{3^{100} - 1}{3 - 1}$$

$$s_{100} = 2,57688 \cdot 10^{47}$$

## Aufgabe 5:

	gegeben	gesucht
a)	$a_1 = 5; q = 2$	$a_{10} = 5 \cdot 2^9 = 2.560; \quad s_{10} = 5 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 5.115$
b)	$a_1 = 5; a_n = 5.120; q = 2$	$5.120 = 5 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow n = \frac{\ln(1.024)}{\ln(2)} + 1 \Rightarrow n = 11$
c)	$a_1 = 4; s_n = 1.456; q = 3$	$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow n = \frac{\ln\left[\frac{s_n \cdot (q - 1)}{a_1} + 1\right]}{\ln q} \Rightarrow n = 6;$ $a_6 = 972$

**Aufgabe 6:**

	<b>K<sub>0</sub></b>	<b>p</b>	<b>n</b>	<b>K<sub>n</sub></b>
a)	5.000,00	4	6	$K_6 = 5.000,00 \cdot 1,04^6$ $K_6 = 6.326,60$
b)	$K_0 = \frac{7.800,00}{1,05^7} = 5.543,31$	5	7	7.800,00
c)	3.400,00	$i = \sqrt[8]{\frac{5.500,00}{3.400,00}} - 1$ $i = 0,06197$ $p = 6,197$	8	5.500,00
d)	6.200,00	4,5	$n = \frac{\ln\left(\frac{8.074,00}{6.200,00}\right)}{\ln(1,045)}$ $n = 6$	8.074,00

**Aufgabe 7:**

$$K_0 \cdot 1,05^{12} = (K_0 + 3.000,00) \cdot 1,04^7$$

$$K_0 = 8.225,87$$

**Aufgabe 8:**

$$K_{3;12} = 10.000,00 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \cdot 3}$$

$$K_{3;12} = 11.966,81$$

**Aufgabe 9:** Bilden Sie die erste Ableitung folgender Funktionen:

a)  $f(x) = x^2(2x-1)$       b)  $f(x) = (x^2-x)(4x^2+2x)$

$f'(x) = 2x(2x-1) + 2x^2$        $f'(x) = (2x-1)(4x^2+2x) + (x^2-x)(8x+2)$

c)  $f(x) = (-x^2+x)^{10}$       d)  $f(x) = \sqrt{(x^2-1)^3} = (x^2-1)^{\frac{3}{2}}$

$f'(x) = 10(-x^2+x)^9 \cdot (-2x+1)$        $f'(x) = \frac{3}{2}(x^2-1)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x$