

Themen: Gebrochen-rationale und Exponentialfunktionen

1.) gebr.-rat. Funktion $f(x)$ mit der Vorschrift $f(x) = \frac{a \cdot (x-1)(x-2)}{(x+2)(x-1)}$

- a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$
- b) $N(2 | 0)$; $x=1$ nicht definiert; $S_y(0 | -a)$
- c) $a(x) = a$
- d) Definitionslücke bei $x = 1$ und Polstelle bei $x = -2$ (mit VZ-Wechsel)

2.) Erstellen Sie die vier Funktionsvorschriften der gebr.-rat. Funktionen $f(x)$, welche folgende Eigenschaften aufweisen:

- a) $f(x) = \frac{x}{x-1}$
- b) $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$
- c) $f(x) = \frac{x+1}{(x+1)(x-2)^2}$
- d) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+2}$

3.) Graphen einer gebr.-rat. Funktionen mit folgenden Eigenschaften:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}; N(0 | 0);$$

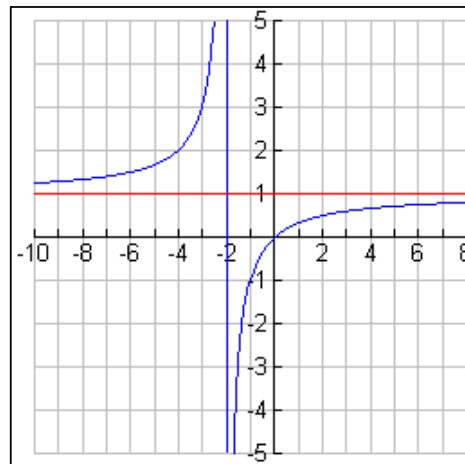
Pol mit VZ-Wechsel bei $x = -2$;

Lücke bei $x = 1$;

Asymptote $a(x) = 1$

Funktionsgleichung als Lösung:

$$f(x) = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$



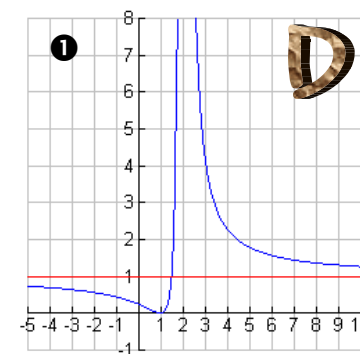
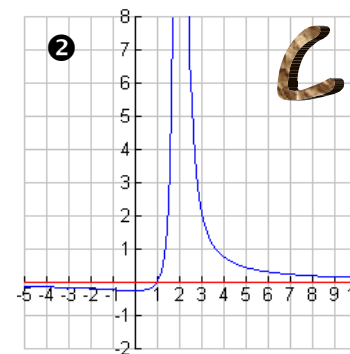
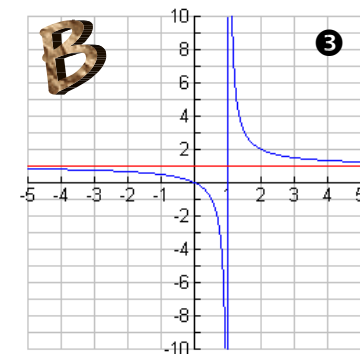
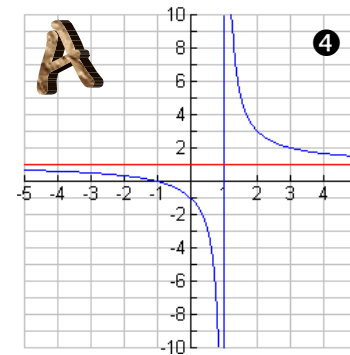
4.) Ordnen Sie die Graphen den Funktionsvorschriften zu:

1. $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x-2)^2}$ **D**

2. $f(x) = \frac{(x-1)}{(x-2)^2}$ **C**

3. $f(x) = \frac{(x+1) \cdot x}{(x^2-1)}$ **B**

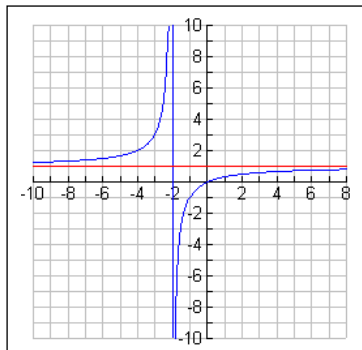
4. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x^2-1)}$ **A**



5.) Funktion $f(x) = \frac{x}{x+2}$

und die Asymptote $a(x) = 1$

Ab welchen x-Werten ist der Abstand zwischen Asymptote und Funktion $\leq 0,001$?



$$|f(x) - a(x)| \leq \frac{1}{1000}$$

$$\varepsilon = \left| \frac{x}{x+2} - 1 \right| \leq \frac{1}{1000}$$

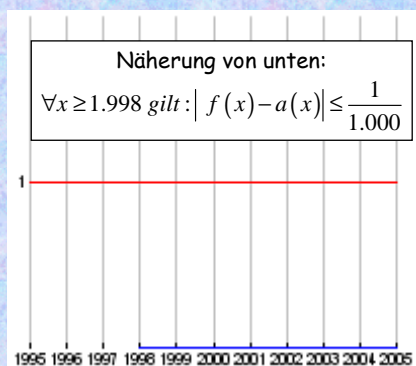
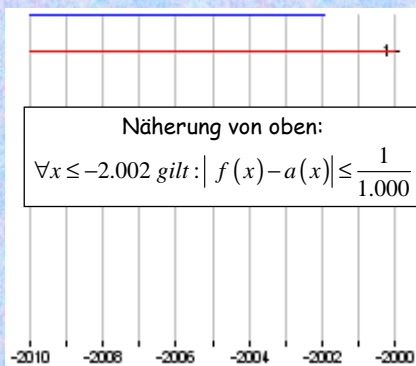
Fall 1: Näherung an Asymptote von oben

$$\frac{x}{x+2} - 1 \leq \frac{1}{1000} \Rightarrow x \leq -2.002$$

Fall 2: Näherung an Asymptote von unten

$$1 - \frac{x}{x+2} \leq \frac{1}{1000} \Rightarrow x \geq 1.998$$

„Graphischer Beweis“:



6.) Ermitteln Sie die Funktionsvorschrift der Funktion $f(x) = b \cdot a^x$ durch die Punkte $P(1 | 4)$ und $Q(3 | 64)$ festgelegt wird.

$$I.) \quad 4 = b \cdot a \quad \text{und} \quad II.) \quad 64 = b \cdot a^3$$

$$\xrightarrow{I.) \text{ in } II.)} \quad 64 = 4 \cdot a^2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 4^x$$

7.) Lösen Sie die beiden Exponentialgleichungen:

Aufgabe a)

$$4^{x-1} + 8 = 16$$

$$4^{x-1} = 8$$

$$2^{2x-2} = 2^3 \Rightarrow 2x-2 = 3 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

Aufgabe b)

$$e^x + e^{-x} = 2 \xrightarrow{\cdot e^x} e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$$

Substitution: $e^x := a$

$$a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{Resubstitution: } e^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$L = \{0\}$$

8.) Nennen Sie die Wachstums- bzw. Schrumpfungsfaktoren:

a) Die Bevölkerung wächst pro Jahr um 5 %.

$$\text{Wachstumsfaktor: } a = 1,05$$

b) Eine Maschine verliert pro Jahr 10 % ihres Restbuchwertes.

$$\text{Schrumpfungsfaktor: } b = 0,9$$