

**Thema: Integralrechnung: Stammfunktion; Flächen unter/zwischen  
Randfunktionen**

---

**1.) Stammfunktionen**Ermitteln Sie die Stammfunktion zu der jeweiligen Funktion  $f(x)$ :

a)  $f(x) = 4x^3 - 2x - 3$

**Lösung:**  $F(x) = x^4 - x^2 - 3x + c$

b)  $f(x) = \frac{3}{x^2}$

**Lösung:**  $F(x) = -\frac{3}{x} + c$

c)  $f(x) = (2n+2) \cdot x^n - 3x^{n-1}$

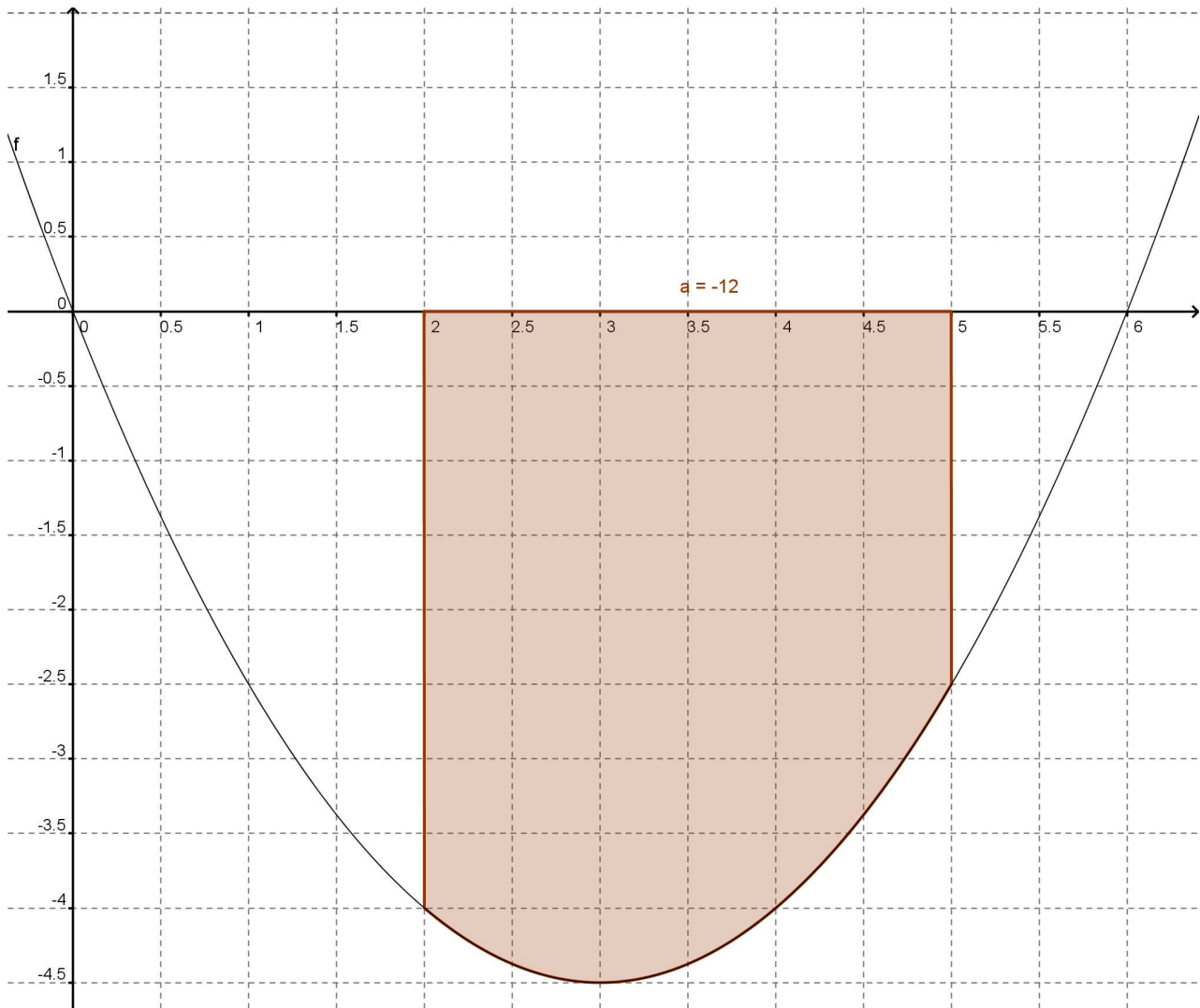
**Lösung:**  $F(x) = 2x^{n+1} - \frac{3}{n}x^n + c$

**2.) Berechnung von Flächen**Berechnen Sie die Fläche unter der Randfunktion  $f(x)$  mit der  $x$ -Achse in den vorgegebenen Grenzen:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x \quad [2; 5]$$

**Lösung:**

$$\left| \int_2^5 \left( \frac{1}{2}x^2 - 3x \right) dx \right| = \left| \left[ \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_2^5 \right| = \left| \left( \frac{125}{6} - \frac{75}{2} \right) - \left( \frac{4}{3} - 6 \right) \right| = \frac{36}{3} = 12$$



3.) Berechnen Sie die Obergrenze(n)

$$\int_1^b \frac{1}{4} x^2 dx = 5,25$$

Lösung:

$$\int_1^b \frac{1}{4} x^2 dx = 5,25 \Rightarrow \left[ \frac{1}{12} x^3 \right]_1^b = 5,25$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} (b^3 - 1) = 5,25 \Rightarrow b = 4$$

#### 4.) Flächen zwischen Funktionen

Welche Fläche schließen die beiden Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$  miteinander ein?

$$f(x) = x^3 - 2x \quad g(x) = 4x^2 - 2x$$

**Lösung:**

Schnittstellen berechnen:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 - 2x = 4x^2 - 2x \Rightarrow x^2(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = 4$$

Fläche ermitteln:

$$\left| \int_0^4 (x^3 - 4x^2) dx \right| = \left| \left[ \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 \right]_0^4 \right| = \left| 64 - \frac{256}{3} - 0 \right| = \frac{64}{3} = 21\frac{1}{3}$$

