

1.) Geometrische Folge

- a) Ermitteln Sie das 10. Glied einer geometrischen Folge, die mit den Gliedern 1, 2, 4, ... beginnt.

Geben Sie auch das Bildungsgesetz an.

Lösung: $a_n = 1 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 1 \cdot 2^9 = 512$

- b) Das erste Glied einer geometrischen Folge heißt $\frac{1}{2}$, das letzte 131.072 und der Quotient 4.

Aus wie viel Gliedern besteht die Folge?

Lösung: $131.072 = \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1} \Rightarrow n = 10$

- c) Schalten Sie zwischen 6 und 13.122 noch sechs Glieder so ein, dass eine geometrische Folge entsteht.

Geben Sie auch das Bildungsgesetz an.

$13.122 = 6 \cdot q^{8-1} \Rightarrow q = 3$

Lösung:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
6	18	54	162	486	1.458	4.374	13.122

2.) Geometrische Folge bei Bakterien

Fünf Bakterien teilen sich jeweils alle 15 Minuten einmal, wenn sie einen geeigneten Nährboden finden.

- a) Füllen Sie die Tabelle zum Bakterienwachstum aus:

Zeit [Min]	0	15	30	45	60
Anzahl	5	10	20	40	80

b) Wie lautet das Bildungsgesetz?

Lösung: $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$

c) Wie viele Zellen haben sich nach 5 Stunden entwickelt?

Lösung: $a_{21} = 5 \cdot 2^{21-1} = 5.242.880$

3.) Für Bodenuntersuchungen werden Bohrarbeiten an eine Spezialfirma vergeben, die für den ersten Meter 10,00 € und für jeden weiteren Meter 7 % mehr als für den jeweils vorhergehenden Meter verlangt.

Mit welchen Kosten muss der Auftraggeber insgesamt rechnen, wenn 8 m tief gebohrt werden soll?

Lösung: $s_8 = 10 \cdot \frac{1,07^8 - 1}{0,07} = 102,60$

4.) Füllen Sie die Tabelle auf Grundlage der ganzjährigen Verzinsung aus:

Aufgabe	Anfangskapital	Zinssatz	Laufzeit	Endkapital
a)	12.000,00	4,5 %	8 Jahre	
b)		5 %	10 Jahre	65.155,79
c)	17.500,00		7 Jahre	27.194,76
d)	5.000,00	4 %		9.004,72

Lösung: a) $K_6 = 12.000,00 \cdot 1,045^8 = 17.065,21$

b) $K_0 = \frac{65.155,79}{1,05^{10}} = 40.000,00$

c) $q = \sqrt[4]{\frac{27.194,76}{17.500,00}} = 1,065 \Rightarrow p = 6,5 [\%]$

d) $n = \frac{\ln\left(\frac{9.004,72}{5.000,00}\right)}{\ln 1,04} = 15 [Jahre]$

5.) In welcher Zeit verdoppelt sich ein Kapital, das mit 6,5 % p.a. verzinst wird?

Lösung:

$$2 \cdot K_0 = K_0 \cdot 1,065^n \xrightarrow{:K_0} 2 = 1,065^n$$
$$n = \frac{\ln 2}{\ln 1,065} = 11 [\text{Jahre}]$$

6.) Ein Kapital von 3.500,00 € war 8 Jahre hindurch ausgeliehen.

Auf wie viel € ist es angewachsen, wenn der Zinssatz 5 % p.a. betrug und eine halbjährliche Zinskapitalisierung erfolgte?

Lösung:

$$K_6 = 3.500,00 \cdot \left(1 + \frac{5}{100 \cdot 2}\right)^{8 \cdot 2} = 5.195,77$$

7.) Welches Kapital wächst in 12 Jahren bei 5 % Zinsen auf 15.264,78 €?

Lösung:

$$15.264,78 = K_0 \cdot 1,05^{12} \Rightarrow K_0 = \frac{15.264,78}{1,05^{12}} = 8.500,00$$

8.) Ein Kapital von 8.500,00 € wird 5 Jahre lang mit 4 %, danach 4 Jahre mit 6 % und anschließend noch 3 weitere Jahre mit 7,5 % verzinst.

a) Auf welchen Betrag ist es angewachsen?

Lösung:

$$K_{12} = 8.500,00 \cdot 1,04^5 \cdot 1,06^4 \cdot 1,075^3 = 16.219,39$$

b) Wie hoch ist die durchschnittliche Verzinsung?

Lösung:

$$q_{\text{eff}} = \sqrt[12]{\frac{16.219,39}{8.500,00}} = 1,05532 \Rightarrow p_{\text{eff}} = 5,532 [\%]$$

oder

$$q_{\text{eff}} = \sqrt[12]{1,04^5 \cdot 1,06^4 \cdot 1,075^3} = 1,05532 \Rightarrow p_{\text{eff}} = 5,532 [\%]$$