Musterlösung **11. Jgst.** **2. Test** **Datum: 11.11.2008**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Themen: ***Gebr.-rat. Funktionen; Grenzwerte***

1.) Untersuchung gebr.-rat. Funktionen

Gegeben sei folgende Funktion: $f(x) = \dfrac{3x-9}{x-2}$

a) Berechnen Sie den Grenzwert für x → 2 mittels geeigneter Näherungswerte von beiden Seiten.

Lösung: **Wertetabelle**

x	1,9	1,99	1,999		2,1	2,01	2,001
f(x)	33	303	3003		- 27	- 297	- 2997

von links: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x-9}{x-2} \to \infty$ von rechts: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x-9}{x-2} \to -\infty$

b) Wie lautet der Definitionsbereich?

Lösung: $D = \Re \setminus \{2\}$

c) Warum muss der Grenzwert bei der Funktion nur für x → 2 untersucht werden und nicht auch für andere Werte?

Lösung: Die Untersuchung muss nur für x → 2 durchgeführt werden, weil nur dann der Nenner den Wert 0 annehmen könnte.

d) Wie lautet der Grenzwert für x → ∞ ? Bitte geben Sie eine Begründung an.

Lösung: Da Zählergrad = Nennergrad vorliegt, gilt:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{3x-9}{x-2} \to 3$$

e) Berechnen Sie die Nullstelle **und** den Schnittpunkt mit der y-Achse.

Lösung: Nullstelle: $\dfrac{3x-9}{x-2} = 0 \Rightarrow x = 3$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = \dfrac{3 \cdot 0 - 9}{0-2} = 4{,}5 \Rightarrow S_y(0 \mid 4{,}5)$

2.) **Funktion zeichnen**

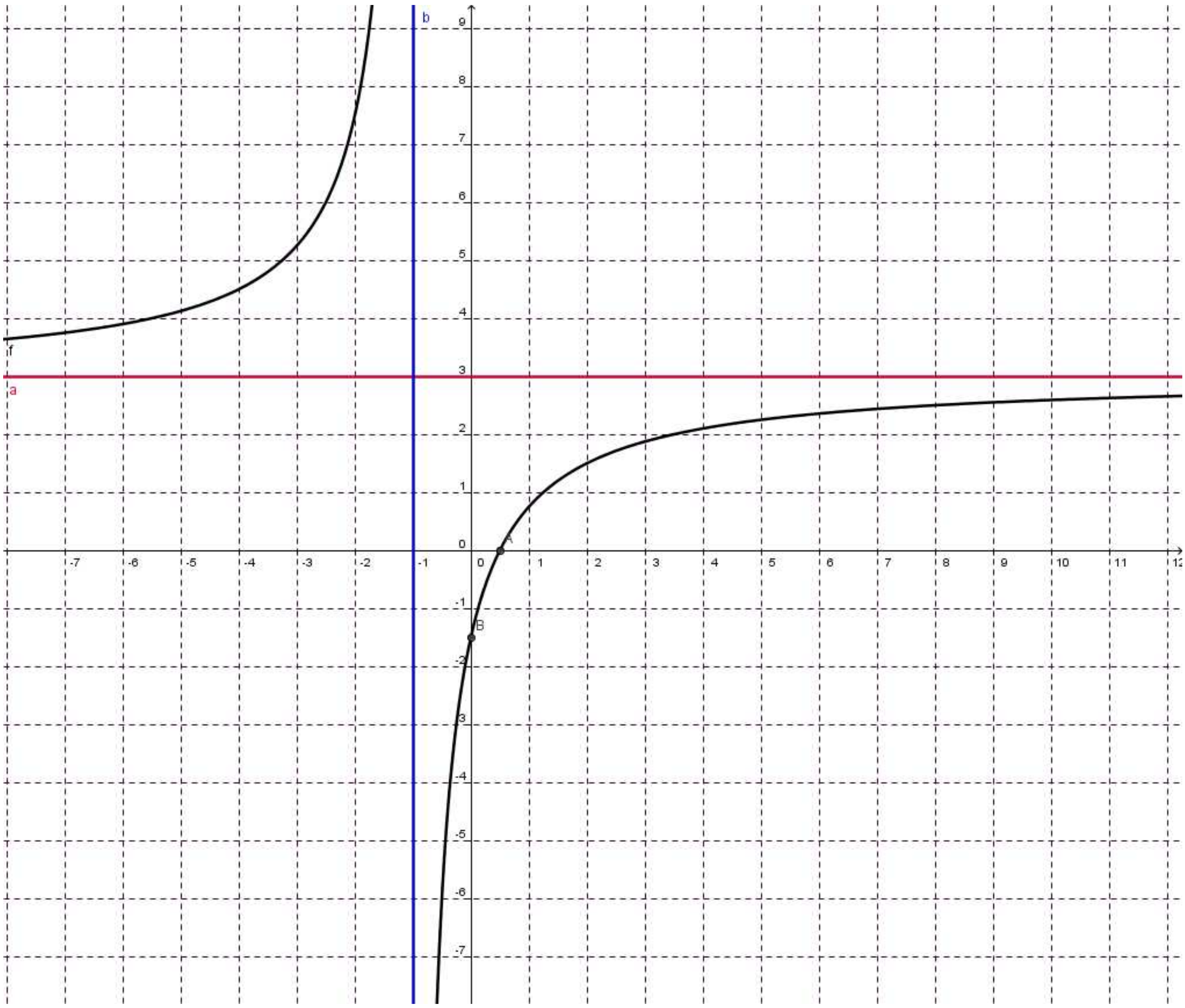
Zeichnen Sie eine gebr.-rat. Funktion mit folgenden Eigenschaften:

Nullstelle: x = 0,5 Schnittpunkt mit der y-Achse: S_y (0 / - 1,5)

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) \to \infty \left[von\ links \right] \qquad \lim_{x \to -1} f(x) \to -\infty \left[von\ rechts \right]$$

Lösung:



3.) Berechnung von Grenzwerten mittels Termumformung

a) $$\lim_{x\to -6}\frac{x^2-36}{x+6} = \lim_{x\to -6}\frac{(x+6)(x-6)}{x+6} = \lim_{x\to -6}(x-6) \to -12$$

b) $$\lim_{x\to 4}\frac{4x^2-64}{x-4} = \lim_{x\to 4}\frac{4(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x\to 4}4(x+4) \to 32$$

c) $$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}x(x+1) \to 2$$

d)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+1)(x^2+1) \to 4$$

e) $$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+2x-15}{x-3} = \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+5)}{x-3} = \lim_{x\to 3}(x+5) \to 8$$

4.) Berechnung von Grenzwerten für x → ∞ (Begründung!)

a) $$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x-3}$$

Lösung: Zählergrad < Nennergrad => Grenzwert: 0

b) $$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4x}{x\cdot(2x-1)}$$

Lösung: Zählergrad = Nennergrad => Grenzwert: 0,5

c) $$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{8x^3-4x^x}{4(x-1)^2}$$

Lösung: Zählergrad > Nennergrad => Grenzwert: ∞