

Übung zur Kurvendiskussion

Aufgabe 1: Abschnittsweise bzw. stückweise definierte Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{für } x \geq -1 \\ -4x - 1 & \text{für } x < -1 \end{cases}$$

- Untersuchen sie die Funktion $f(x)$ auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit an der Stelle $x = -1$
- Zeichnen sie den Graphen der Funktion.
- Welche Steigung hat die Funktion für $x = 0$?

Aufgabe 2: Schnittpunkte von Funktionen

Gegeben sind die Funktionen $h(x) = x^2 + 2x$ und $m(x) = x^3 + x + 1$

Untersuchen sie die beiden Kurven auf gemeinsame Punkte.

Aufgabe 3: Gegeben sei die Funktion $g(x) = \frac{1}{x} - 2x$

- Bestimmen sie den Definitionsbereich und die Nullstellen der Kurve.
- Welches Symmetrieverhalten weist die Funktion auf.

Aufgabe 4: Kurvendiskussion

Nehmen Sie die Funktion $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$ und untersuchen Sie.

- Definitionsbereich
- Symmetrieverhalten
- Nullstellen
- Bestimmen sie Art und Lage der Extremwerte.
- Ermitteln sie die Wendepunkte.
- Wie lauten die Gleichungen der Wendetangenten?
- Wie verhält sich die Funktion an den Rändern ($\pm \infty$)?
- Wie lautet die Tangenten- und die Normalengleichung im Punkt $P(0/?)$
- Skizzieren aufgrund ihrer Ergebnisse den Graphen der Funktion.

Analoges Vorgehen: $g(x) = \frac{1}{5}x^4 - x^3 + x^2 - x + \frac{4}{5}$

$$k(x) = x^3 + 0,5x^2 - 4x - 2$$