

Berechnung linearer Gleichungssysteme

1) Bilden Sie die Verknüpfung $A * \vec{x}$ und berechnen Sie den Ergebnisvektor:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x = \begin{pmatrix} 15 \\ 48 \\ -127 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

2) Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 100 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 &= 75 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 &= 50 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= -1 \\ -8x_1 + 6x_2 - 9x_3 &= 8 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \begin{aligned} 2x_1 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{d) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -1 & 2 & 6 \\ 4 & -8 & -22 \\ -2 & 4 & 17 \end{pmatrix}; \vec{b} = \vec{0}$$

$$\text{e) } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -2 & 2 & -8 \\ -8 & 8 & -32 \\ 3 & -3 & 12 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -16 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -2 & 2 & -8 \\ -8 & 8 & -32 \\ 3 & -3 & 12 \end{pmatrix}; \vec{b} = \vec{0}$$

g) Gibt es eine Möglichkeit, das Lösungsverhalten anhand der Matrizen A bzw. $(A | b)$ zu erkennen?

3) Geben Sie je ein homogenes und ein inhomogenes LGS an, das genau eine Lösung besitzt:

a) $m = 2, n = 2$ b) $m = 3, n = 2$ c) $m = 3, n = 3$ d) $m = 4, n = 3$

4) Geben Sie je ein inhomogenes LGS an, das keine Lösung bzw. das unendlich viele Lösungen besitzt.

a) $m = 2, n = 2$ b) $m = 3, n = 2$ c) $m = 3, n = 3$ d) $m = 4, n = 3$

5.) Gibt es auch homogene LGS, die keine Lösung besitzen? Begründen Sie Ihre Meinung.